

第十六章 二次根式

16.1 二次根式

第一课时 二次根式的概念

【知识清单】

1. $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 2. 非负数 非负数 $\geq$

【考点分层训练】

1.D 2.D 3.C 4.B 5.错

6. ②③⑦⑧⑨ 解析: ①当 $a < 0$ 时, 二次根式无意义, 故错误;

④当 $x < -2$ 时, 二次根式无意义, 故错误;

⑤当 $x > 0$ 时, 二次根式无意义, 故错误;

⑥当 $5x^2 < 1$ 时, 二次根式无意义, 故错误;

⑩根指数是 3, 不是二次根式, 故错误;

②③⑦⑧⑨都含有二次根号且被开方数是非负数, 故正确.

7. -3 8.5

9. 解: (1) $x=0$ 时, $\sqrt{9-8x} = \sqrt{9-0} = 3$.

(2) $x=\frac{1}{2}$ 时, $\sqrt{9-8x} = \sqrt{9-4} = \sqrt{5}$.

(3) $x=-2$ 时, $\sqrt{9-8x} = \sqrt{9+16} = 5$.

10.D 11.B 12.D 13.A

14.C 解析: 由题意得 $\begin{cases} x+2 > 0, \\ 3-2x \geq 0, \end{cases}$

解得 $-2 < x \leq \frac{3}{2}$,

符合条件的整数有 -1, 0, 1, 共 3 个.

15.A 16.A

17. $x > -1$ 18. $\sqrt{a^2+2}$ (答案不唯一) 19. 6

20. (1) $a \geq -1$. (2) $a < \frac{1}{2}$. (3) $x \leq 3$ 且 $x \neq 2$.

(4) $x=0$. (5) $x \geq \frac{3}{2}$ 且 $x \neq 2$.

21.B 22. $5\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$

23. 解: $\because 3a-6 \geq 0, 2-a \geq 0$,

$\therefore a=2, \therefore b=4$.

当边长为 4, 2, 2 时, 不符合三角形三边关系, 舍去;

当边长为 4, 4, 2 时, 符合三角形三边关系, $4+4+2=10$,

$\therefore$ 此三角形的周长为 10.

24. 解: 不能. 理由:

设长方形纸片的长为 $2x$ cm, 宽为 x cm,

则 $2x \cdot x = 30$,

即 $2x^2 = 30$,

解得 $x = \sqrt{15}$,

则长方形纸片的长为 $2\sqrt{15}$ cm.

因为正方形纸片的边长为 $\sqrt{36}$ cm = 6 cm, 且 $2\sqrt{15} > 6$, 所以不能裁剪出符合要求的长方形.

第二课时 二次根式的性质

【知识清单】

1. a a

2. 加、减、乘、除、乘方和开方 数 表示数的字母

【考点分层训练】

1.C 解析: A. 0 是单独数字, 是代数式; B. $\frac{x}{y}$ 是

代数式; C. $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ 是不等式, 不是代数式; D.

$\sqrt{11}$ 是数字, 是代数式.

2.A

3.6

4. 解: 由数和表示数的字母经有限次加、减、乘、除、乘方和开方运算所得的式子, 称为代数式, 故①②⑤⑥是代数式.

5.B 6.D

7.C 解析: A. $(2\sqrt{2})^2 = 8$, 故此选项错误;

B. $\sqrt{(-4)^2} = 4$, 故此选项错误; C. $(-\sqrt{0.2})^2 =$

0.2, 正确; D. $\sqrt{2^2} = \frac{1}{2}$, 故此选项错误.

8.D 9.C 10.C 11.A

12. 7 12 2 $\frac{2}{3}$ 13. $x \geq 2$ 14. ± 1 15. $\sqrt{5}-2$

16. 解: (1) 原式 = 7.

(2) 原式 = 5.

(3) 原式 = 20.

(4) 原式 = $-2 \times \frac{1}{8} = -\frac{1}{4}$.

(5) 原式 = $2 \frac{1}{3} + 2 \frac{1}{3} = 4 \frac{2}{3}$.

17. 解: (1) $9 = (\sqrt{9})^2$;

(2) $5 = (\sqrt{5})^2$;

(3) $2.5 = \left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2$;

(4) $0.25 = (\sqrt{0.25})^2$;

— 181 —

参考答案

(5) $\frac{1}{2} = \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$.

18. 解: $\because (2\sqrt{11})^2 = 44$,

$(3\sqrt{5})^2 = 45$,

又 $\because 44 < 45$, 且 $2\sqrt{11} > 0, 3\sqrt{5} > 0$,

$\therefore 2\sqrt{11} < 3\sqrt{5}$.

19. 解: (1) 当 $a > 0$ 时, $\sqrt{a^2} = \sqrt{6^2} = 6$, 故此时 $\sqrt{a^2}$ 展开后是它本身;

当 $a = 0$ 时, $\sqrt{a^2} = \sqrt{0^2} = 0$, 故此时 $\sqrt{a^2}$

是零;

当 $a < 0$ 时, 如 $a = -6$, 则 $\sqrt{a^2} = \sqrt{(-6)^2} =$

$\sqrt{36} = 6$, 故此时 $\sqrt{a^2}$ 的展开后是它的相反数.

$\therefore$ 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的展开后分三种情况,

即 $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a (a > 0), \\ 0 (a = 0), \\ -a (a < 0). \end{cases}$

(2) $\sqrt{a^2} = |a|$.

(3) $\because -3 \leq x \leq 5$,

$\therefore \sqrt{(x-5)^2} + \sqrt{(x+3)^2} = |x-5| + |x+3|$

$= 5 - x + x + 3 = 8$.

16.2 二次根式的乘除

第一课时 二次根式的乘法

【知识清单】

1. $\sqrt{ab}$ 2. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

【考点分层训练】

1.A 2.A 3.C 4.B

5.2 6.-1 7. $\frac{1}{5}\sqrt{ab}$ 8.12

9. 解: (1) 原式 = $\sqrt{15}$.

(2) 原式 = $\sqrt{36} = 6$;

(3) 原式 = $\sqrt{25} = 5$.

(4) 原式 = $-2\sqrt{3}$;

(5) 原式 = $6\sqrt{2 \times 7} = 6\sqrt{14}$.

(6) 原式 = $3\sqrt{x}$.

(7) 原式 = $\frac{3}{2} \times \sqrt{\frac{45 \times 2}{3}} = \frac{3}{2} \sqrt{30}$;

(8) 原式 = $-2 \times \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8}{5} \times 3 \times 10} = -\sqrt{16 \times 3} =$

$-4\sqrt{3}$.

(9) 原式 = $-2 \sqrt{\frac{xy}{7} \times 28x^2y} = -4xy\sqrt{x}$.

10. 解: (1) 原式 = $\sqrt{3^2 \times \frac{1}{3}} = \sqrt{3}$.

(2) 原式 = $\sqrt{7^2 \times \frac{5}{7}} = \sqrt{35}$.

(3) 原式 = $\sqrt{8^2 \times \frac{3}{32}} = \sqrt{6}$.

11.B 12.D 13.C

14. 14 $3\sqrt{5}$ $4\sqrt{6}$ $15.9\sqrt{2}$

16. 解: (1) 原式 = $\sqrt{49} \times \sqrt{0.16} = 7 \times 0.4 = 2.8$.

(2) 原式 = $\sqrt{25 \times 169} = 5 \times 13 = 65$.

(3) 原式 = $\sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$.

(4) 原式 = $\frac{1}{2} \sqrt{6^2 \times 2} = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

(5) 原式 = $\sqrt{(2ab^2)^2 \cdot 2a} = 2ab^2 \sqrt{2a}$.

(6) 原式 = $3xy^2 \sqrt{yz}$.

(7) 原式 = $6 \times (-3) \times \sqrt{8 \times 2} = -18 \times 4 = -72$.

(8) 原式 = $3 \times 2 \times \sqrt{5a \cdot 10b} = 30 \sqrt{2ab}$.

(9) 原式 = $\sqrt{14 \times 112} = \sqrt{2 \times 7^2 \times 4^2} = \sqrt{2} \times \sqrt{7^2} \times \sqrt{4^2} = 28\sqrt{2}$.

(10) 原式 = $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \sqrt{12 \times 3 \times 20} = \frac{1}{3} \times 6 \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$.

17. 解: 设铁桶的底面边长为 x cm, 则

$x^2 \times 10 = 30 \times 30 \times 20$,

即 $x^2 = 30 \times 30 \times 2$,

$\therefore x = \sqrt{30 \times 30 \times 2} = 30\sqrt{2}$.

答: 铁桶的底面边长是 $30\sqrt{2}$ cm.

第二课时 二次根式的除法

【知识清单】

1. $\sqrt{\frac{a}{b}}$ 2. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

【考点分层训练】

1.B 2.D 3.C 4. $2\sqrt{2}$ 5.4

6. 解: (1) 原式 = $\sqrt{4} = 2$;

(2) 原式 = $\sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{16} = 4$.

(3) 原式 = $\sqrt{\frac{4}{5} \times \frac{15}{2}} = \sqrt{6}$.

(4) 原式 = $-\sqrt{\frac{3}{2} \times 8} - \sqrt{12} = -2\sqrt{3}$;

(5) 原式 = $2 \sqrt{6x^3 \times \frac{3}{x}} = 6\sqrt{2x}$;

(6) 原式 = $\left(-6 \div \frac{1}{2}\right) \sqrt{\frac{10 \times 5}{3 \times 12}}$

$= (-6 \times 2) \sqrt{\frac{10 \times 12}{3 \times 5}} = -12\sqrt{8} = -24\sqrt{2}$.

(7) 原式 = $\frac{9}{4} \times \frac{8}{3} \sqrt{48 \times \frac{5}{16}} = 6\sqrt{15}$.

(8) 原式 = $\sqrt{8x^2 \times \frac{2}{x} \times \frac{x}{2}} = 2\sqrt{2x}$.

7.D 8.B 9.A

10. $\frac{\sqrt{2}}{6}$ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 11. $\frac{\sqrt{30}}{6}$ 12. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

13. 解: (1) 原式 = $\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$.

(2) 原式 = $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

(3) 原式 = $\sqrt{\frac{3 \times 5}{5 \times 5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

(4) 原式 = $\sqrt{\frac{8 \times 7}{7 \times 7}} = \frac{2\sqrt{14}}{7}$.

(5) 原式 = $\frac{\sqrt{14 \times 6}}{\sqrt{6 \times 6}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$.

(6) 原式 = $\frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 2$.

(7) 原式 = $\sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{5 \times 2}{2 \times 2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

(8) 原式 = $2 \sqrt{3x} \times \frac{5}{2} \sqrt{\frac{1}{y}} = \frac{5\sqrt{3xy}}{y}$.

(9) 原式 = $3 \times \frac{2}{3} \times \sqrt{20 \times \frac{3}{8}} = 2 \times \frac{\sqrt{30}}{2} = \sqrt{30}$.

14. 解: (1) 根据题意得: $b = \frac{S}{a} = \frac{16}{\sqrt{6}} = \frac{8\sqrt{6}}{3}$ (cm).

(2) 根据题意得: $a = \frac{S}{b} = \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{50}} = \frac{6}{5}$ (cm).

第三课时 二次根式的乘除混合运算和最简二次根式

【知识清单】

(1) 被开方数不含分母

(2) 被开方数不含能开得尽方的因数或因式

【考点分层训练】

1.A 2.B 3.②③ 4. $\sqrt{20}$ (答案不唯一)

5. (1) $3\sqrt{5}$ (2) $\frac{\sqrt{15}}{5}$ (3) $\frac{\sqrt{30}}{10}$ (4) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(5) $\frac{\sqrt{6m}}{6}$

(6) $2\sqrt{3}$ 6.8

7.解: (3)(6)是最简二次根式.

(7) $\sqrt{4a^2+b^2}$, 被开方数不含分母, 被开方数不含能开得尽方的因数或因式, 因此它是最简二次根式.

(1) 原式 = $10\sqrt{2}$;

(2) 原式 = $4\sqrt{\frac{3 \times 2}{8 \times 2}} = \sqrt{6}$;

(4) 原式 = $\sqrt{\frac{6}{5}} = \frac{\sqrt{30}}{5}$;

(5) $\sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} = 5$;

(8) 原式 = $\sqrt{16a^2(a+2)} = 4a\sqrt{a+2}$.

针对练习

8.D 9.A 10.C 11.C

12. $3\sqrt{2}$ 13.4 14. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

15.解: (1) 原式 = $4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \div 5\sqrt{2} = 3 \times \frac{1}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{10}$.

(2) 原式 = $\frac{2}{3} \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{-\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{3}}{3} = -2\sqrt{2}$.

(3) 原式 = $-\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 2 \sqrt{8 \times 2 \times 2}$
 $= -\frac{1}{4} \sqrt{32} = -\sqrt{2}$.

(4) 原式 = $\frac{\sqrt{7} \times 2\sqrt{3}}{3\sqrt{3} \times 3\sqrt{7}} = \frac{2}{9}$.

(5) 原式 = $3 \times \left(-\frac{1}{8}\right) \times 2 \sqrt{\frac{2}{3} \times 15 \times \frac{5}{2}}$
 $= -\frac{3}{4} \times 5 = -\frac{15}{4}$.

(6) 原式 = $-\frac{9}{2} \sqrt{ab^3 \cdot a^3b \cdot \frac{a}{b}} = -\frac{9}{2} a^2b \sqrt{ab}$.

16.解: $\because AB=7\text{ m}, AC=5\text{ m}, BC=8\text{ m},$

$\therefore p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{7+5+8}{2} = 10(\text{m}).$

$\therefore S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
 $= \sqrt{10 \times (10-7) \times (10-5) \times (10-8)}$
 $= \sqrt{10 \times 3 \times 5 \times 2} = 10\sqrt{3}(\text{m}^2).$

$\therefore$ 李大爷这块菜地的面积为 $10\sqrt{3} \text{ m}^2$.

16.3 二次根式的加减

第一课时 二次根式的加减

【知识清单】

最简二次根式 被开方数相同 合并同类项

【考点分层训练】

针对练习

1.C 2.B 3.D 4.B 5.A

6.D 解析: A. $\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$, 被开方数不相同; B.

$\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}} = \frac{\sqrt{m^2n+mn^2}}{mn}$, 被开方数不相同;

C. $\sqrt{m^2+n^2}$ 与 $\sqrt{m^2-n^2}$ 被开方数不相同; D.

$\sqrt{4a^3b^2} = 2ab\sqrt{a}$, $\sqrt{9a^3b^4} = 3ab^2\sqrt{a}$, 被开方数相同. 故选 D.

7.②⑤ 8.1

9.C 10.A 11.B 12.C 13.A

14. (1) $\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{6} - \frac{3\sqrt{2}}{4}$ (3) $7\sqrt{x}$ 15.0

16. $\frac{3}{2}$ 17. $4\sqrt{5}$

18.解: (1) 原式 = $(3\sqrt{2} - 5\sqrt{2}) + (4\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{3}) = -2\sqrt{2} + \frac{9}{2}\sqrt{3}$.

(2) 原式 = $\sqrt{5} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$.

(3) 原式 = $2\sqrt{x} - (\sqrt{x} + \sqrt{x}) = 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x} = 0$.

(4) 原式 = $2\sqrt{3} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{4} - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} + 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{3} - 2\sqrt{2} = \sqrt{3} - 3\sqrt{2}$.

(5) 原式 = $4\sqrt{3} - \frac{4\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} = \frac{5\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{2}$.

(6) 原式 = $2\sqrt{2} - \sqrt{2} + 12 - 1 \times 4 = \sqrt{2} + 8$.

19.解: 原式 = $\sqrt{\frac{2}{3}} - \left(\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 \times 24} - \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 12}\right)$
 $= \sqrt{\frac{2}{3}} - \left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{27}\right)$
 $= \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}} + 3\sqrt{3}$
 $= 3\sqrt{3}$
 $\approx 3 \times 1.732$
 ≈ 5.20 .

20.解: 正方形壁画的边长分别为 $\sqrt{800} \text{ cm}$, $\sqrt{450} \text{ cm}$.

镶壁画所用的金彩带长为 $4 \times (\sqrt{800} +$

$\sqrt{450}) = 4 \times (20\sqrt{2} + 15\sqrt{2}) = 140\sqrt{2} \approx 197.96$
 (cm).
 因为 $1.2 \text{ m} = 120 \text{ cm}$, $197.96 \text{ cm} > 120 \text{ cm}$,
 所以小明的金彩带不够用.
 $197.96 - 120 = 77.96 \approx 78$ (cm).
 故还需买约 78 cm 长的金彩带.

第二课时 二次根式的混合运算

【知识清单】

1.乘方 乘除 加减 括号内的 左右

2. (1) $a^2 - b^2$ (2) $a^2 \pm 2ab + b^2$

【考点分层训练】

针对练习

1.D 2.D 3.A 4.A

5. (1) $\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{2} + 1$ $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

7.解: (1) 原式 = $2\sqrt{3} + 3$;

(2) 原式 = $3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3$;

(3) 原式 = $2 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 8 = 8 + 5\sqrt{2}$;

(3) 原式 = $(5\sqrt{6} - \sqrt{6}) \times \sqrt{2} = 4\sqrt{6} \times \sqrt{2} = 8\sqrt{3}$;

(4) 原式 = $(9\sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2}) \div 4\sqrt{2} = 9\sqrt{2} \div 4\sqrt{2} = \frac{9}{4}$;

(5) 原式 = $2 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 8 = 8 + 5\sqrt{2}$;

(6) 原式 = $3 \times 1 + 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} \div \sqrt{6} = 3 + 4\sqrt{6} \div 2 = \sqrt{6} + 3 + \sqrt{6}$.

针对练习

8.C 9.A 10.C 11.B 12.C 13.C

14.3 15. $3 + \sqrt{2}$ 16.10

17.解: (1) 原式 = $2 - 3 = -1$;

(2) 原式 = $5 + 6\sqrt{10} + 18 = 23 + 6\sqrt{10}$;

(3) 原式 = $2 - 2\sqrt{6} + 3 + 8 = -2\sqrt{6}$;

(4) 原式 = $(4 + 4\sqrt{3} + 3) - (4 - 4\sqrt{3} + 3) = 8\sqrt{3}$;

(5) 原式 = $5 - 1 - 9 + \sqrt{2} - 1 + 2\sqrt{2} = -7 + 3\sqrt{2}$.

18.解: 当 $x = 2 - \sqrt{3}$ 时,

原式 = $(7 + 4\sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) + (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) + \sqrt{3}$
 $= (7 + 4\sqrt{3})(7 - 4\sqrt{3}) + 3 + \sqrt{3}$
 $= 49 - 48 + 1 + \sqrt{3}$
 $= 2 + \sqrt{3}$.

专题(一) 二次根式运算专题训练

1.解: 原式 = $4\sqrt{3} + 12\sqrt{3} - \sqrt{3} = 15\sqrt{3}$

2.原式 = $2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{2}{3} \times 4\sqrt{3} = -\frac{5}{2}\sqrt{3}$.

3.原式 = $4\sqrt{3} + 2\sqrt{5} + 2(2\sqrt{3} - \sqrt{5})$
 $= 4\sqrt{3} + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{5}$

$= 8\sqrt{3}$.

4.解: 原式 = $\frac{9}{8} \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2\sqrt{3}} \times \frac{1}{3\sqrt{6}}$

$= \frac{1}{\sqrt{8} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{4}$.

5.原式 = $\sqrt{16} - \sqrt{6} + 2\sqrt{6}$

$= 4 + \sqrt{6}$;

6.解: 原式 = $\sqrt{12} + 2 - \sqrt{3} + 1$

$= 2\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 1$

$= \sqrt{3} + 3$;

7.解: 原式 = $\sqrt{2} + (-8) + 1 + 2 - \sqrt{2} = -5$.

6.解: $(2 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2) + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

$= 2\sqrt{3} + 4 - 3 - 2\sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}$

$= 3 + \sqrt{3}$.

7.解: 原式 = $\sqrt{2} + (-8) + 1 + 2 - \sqrt{2} = -5$.

8.解: 原式 = $\sqrt{3 \times 12} - \frac{\sqrt{2}}{4} - 1 + 2\sqrt{2} - 2$

$= 6 - \frac{\sqrt{2}}{4} - 1 + 2\sqrt{2} - 2$

$= 3 + \frac{7\sqrt{2}}{4}$.

9.解: 原式 = $9 - 5 - (3 + 1 - 2\sqrt{3}) = 9 - 5 - 4 + 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

10.解: $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^3 \times (\sqrt{6} - \sqrt{5})^3$
 $= [(\sqrt{6} + \sqrt{5}) \times (\sqrt{6} - \sqrt{5})]^3$
 $= (6 - 5)^3$
 $= 1^3$
 $= 1$.

11.解: 原式 = $\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) - (12 - 4\sqrt{3} + 1)$
 $= \sqrt{2}(1 - 3) - 13 + 4\sqrt{3}$
 $= -2\sqrt{2} - 13 + 4\sqrt{3}$.

12.解: 原式 = $\sqrt{12} - \sqrt{4} + [(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})]^{2021} \times (2 + \sqrt{3}) - \frac{4}{\sqrt{3}}$
 $= 2\sqrt{3} - 2 + (4 - 3)^{2021} \times (2 + 3) - \frac{4\sqrt{3}}{3}$
 $= 2\sqrt{3} - 2 + 3 - \frac{4\sqrt{3}}{3}$
 $= \frac{5\sqrt{3}}{3}$.

专题(二) 二次根式化简求值专项

1.解: $\because x = 2 - \sqrt{3}$,

$\therefore x^2 = (2 - \sqrt{3})^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$,

$\therefore (7 + 4\sqrt{3})x^2 + (2\sqrt{2} + \sqrt{6})x - 1$

$= (7 + 4\sqrt{3}) \times (7 - 4\sqrt{3}) + (2\sqrt{2} + \sqrt{6}) \times (2 - \sqrt{3}) - 1$
 $= 49 - 48 + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 3\sqrt{2} - 1$
 $= \sqrt{2}$.

2.解: 原式 = $a^2 + 4b^2 + 4ab + a^2 - 4b^2 + 2ab - 2a^2$
 $= 6ab$,

$\therefore a = \sqrt{3} - \sqrt{2}, b = \sqrt{3} + \sqrt{2}$,

$\therefore$ 原式 = $6ab = 6 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 6$.

3.解: $\frac{a-2}{a^2+4a+4} \div (1 - \frac{4}{a+2})$

$= \frac{a-2}{(a+2)^2} \cdot \frac{a+2-4}{a+2}$

$= \frac{a-2}{(a+2)^2} \cdot \frac{a+2}{a-2}$

$= \frac{1}{a+2}$.

当 $a = \sqrt{2} - 2$ 时, 原式 = $\frac{1}{\sqrt{2} - 2 + 2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

4.解: $\because a = \sqrt{7} + 2, b = \sqrt{7} - 2$,

$\therefore a + b = \sqrt{7} + 2 + \sqrt{7} - 2 = 2\sqrt{7}$,

$ab = (\sqrt{7} + 2) \times (\sqrt{7} - 2) = 7 - 4 = 3$,

$\therefore a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = (2\sqrt{7})^2 - 2 \times 3 = 28 - 6 = 22$,

5.解: (1) $\because a = 3 + 2\sqrt{2}, b = 3 - 2\sqrt{2}$,

$\therefore a + b = (3 + 2\sqrt{2}) + (3 - 2\sqrt{2}) = 6, a - b = 4\sqrt{2}$,

$\sqrt{2} - (3 - 2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$,

$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 6 \times 4\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$;

(2) $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 = (4\sqrt{2})^2 = 32$.

6.解: $\because a = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}, b = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$,

$\therefore ab = (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$

$= (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2$

$= 18 - 12$

$= 6$,

$a - b = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$

$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$,

$\therefore a^2b - ab^2 = ab(a - b)$

$= 6 \times 4\sqrt{3}$

$= 24\sqrt{3}$.

7.解: (1) $\because a = 2 + \sqrt{6}, b = 2 - \sqrt{6}$,

$\therefore a + b = (2 + \sqrt{6}) + (2 - \sqrt{6}) = 4, ab = (2 + \sqrt{6})(2 - \sqrt{6}) = 4 - 6 = -2$,

故答案为: 4; -2;

(2) $a^2 - 3ab + b^2 + (a + 1)(b + 1)$

$$\begin{aligned}
 &= a^2 - 3ab + b^2 + ab + a + b + 1 \\
 &= a^2 + 2ab + b^2 - 4ab + a + b + 1 \\
 &= (a+b)^2 - 4ab + a + b + 1 \\
 &= 4^2 - 4 \times (-2) + 4 + 1 \\
 &= 16 + 8 + 4 + 1 \\
 &= 29.
 \end{aligned}$$

8. 解: $\because m=2+\sqrt{3}, n=2-\sqrt{3}$,
 $\therefore m+n=4, m-n=2\sqrt{3}, mn=4-3=1$,
 (1) 原式 $= mn - m + n - 1$
 $= mn - (m-n) - 1$
 $= 1 - 2\sqrt{3} - 1$
 $= -2\sqrt{3}$;

(2) 原式 $= \frac{n^2+m^2}{mn} = \frac{(m+n)^2 - 2mn}{mn} = \frac{4^2 - 2 \times 1}{1} = 14$.

专题(三) 二次根式的阅读题专项

1. 解: $\because m \otimes n = \begin{cases} \sqrt{m} - \sqrt{n} (m \geq n), \\ \sqrt{m} + \sqrt{n} (m < n), \end{cases}$

$\therefore (3 \otimes 2) \times (2 \otimes 3)$
 $= (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \times (\sqrt{2} + \sqrt{3})$
 $= (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2$
 $= 3 - 2$
 $= 1$.

2. 解: $\because x = \sqrt{5} - 2$,
 $\therefore x+2 = \sqrt{5}$,
 $\therefore (x+2)^2 = (\sqrt{5})^2$, 即 $x^2 + 4x + 4 = 5$,
 $\therefore x^2 + 4x = 1$,
 $\therefore x^2 + 4x - 10 = 1 - 10 = -9$.

3. 解: (1) $\sqrt{12+2\sqrt{35}} = \sqrt{(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2} = \sqrt{7}+\sqrt{5}$;
 (2) $\sqrt{16-4\sqrt{15}} = \sqrt{2} \times \sqrt{8-2\sqrt{15}} = \sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3}) = \sqrt{10}-\sqrt{6}$;

(3) $\because a+6\sqrt{5} = (m+\sqrt{5}n)^2 = m^2+5n^2+2\sqrt{5}mn$,
 $\therefore a = m^2+5n^2, 6 = 2mn$,
 又 $\because a, m, n$ 为正整数,
 $\therefore m=1, n=3$, 或者 $m=3, n=1$,
 $\therefore$ 当 $m=1, n=3$ 时, $a=46$;
 当 $m=3, n=1$ 时, $a=14$,
 综上所述, a 的值为 46 或 14.

4. 解: (1) ① $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{2 \times (\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

$= \frac{2 \times (\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$

② $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{5-3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$= \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3}) \times (\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \sqrt{5}-\sqrt{3}$;

(2) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2021}+\sqrt{2019}} +$

$\frac{1}{\sqrt{2023}+\sqrt{2021}}$

$= \frac{1}{2} \times (\sqrt{3}-1 + \sqrt{5}-\sqrt{3} + \sqrt{7}-\sqrt{5} + \dots + \sqrt{2021}-\sqrt{2019} - \sqrt{2023}-\sqrt{2021})$

$= \frac{1}{2} \times (\sqrt{2023}-1) = \frac{\sqrt{2023}-1}{2}$.

5. 解: (1) $(\sqrt{x+6} + \sqrt{x+2})(\sqrt{x+6} - \sqrt{x+2}) = x+6 - (x+2) = 4$,

$\therefore \sqrt{x+6} + \sqrt{x+2} = 4, \therefore \sqrt{x+6} - \sqrt{x+2} = 1$,

将这两式相加可得 $\sqrt{x+6} = \frac{5}{2}$,

$\therefore x+6 = \frac{25}{4}$, 解得 $x = \frac{1}{4}$,

经检验, $x = \frac{1}{4}$ 是原方程的解;

(2) $(\sqrt{9x^2+8x-3} + \sqrt{9x^2-4x-3})(\sqrt{9x^2+8x-3} - \sqrt{9x^2-4x-3}) = (9x^2+8x-3) - (9x^2-4x-3) = 12x$,

$\therefore \sqrt{9x^2+8x-3} - \sqrt{9x^2-4x-3} = 2$,

$\therefore \sqrt{9x^2+8x-3} + \sqrt{9x^2-4x-3} = 6x$,

将这两式相加可得 $\sqrt{9x^2+8x-3} = 3x+1$,

解得 $x=2$,

经检验, $x=2$ 是原方程的解.

专题(四) 与二次根式有关的规律探究题

1. $4\sqrt{3}$ 2. $10\sqrt{\frac{10}{101}}$ 3. $\frac{\sqrt{35}}{5}$ $\frac{\sqrt{n(n+2)}}{n}$

4. 55 5. $\sqrt{3}$

6. 解: (1) 第 5 个等式为: $\sqrt{6 \times 8 + 1} = 7$,

故答案为: $\sqrt{6 \times 8 + 1} = 7$;

(2) $\sqrt{(n+1)(n+3)+1} = n+2$,

证明: $\sqrt{(n+1)(n+3)+1}$

$= \sqrt{n^2+3n+n+3+1}$

$= \sqrt{n^2+4n+4}$

$= \sqrt{(n+2)^2}$

$= n+2$.

7. (1) $n \frac{\sqrt{n}}{2}$

(2) 原式 $= \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n+1}}$

$\frac{1}{\sqrt{98}} + \frac{1}{\sqrt{100}} + \frac{1}{\sqrt{102}} + \frac{1}{\sqrt{104}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{200}} + \frac{1}{\sqrt{202}}$

$= 2 \times \left[\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{(\sqrt{2}+\sqrt{1})(\sqrt{2}-\sqrt{1})} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} + \dots + \frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{(\sqrt{100}+\sqrt{99})(\sqrt{100}-\sqrt{99})} \right]$

$= 2 \times (\sqrt{2}-\sqrt{1} + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \dots + \sqrt{100}-\sqrt{99}) = 2 \times (\sqrt{100}-1) = 18$.

(3) 44

8. 解: (1) 由题意得: $\sqrt{4+\frac{1}{6}} = 5\sqrt{\frac{1}{6}}$,

故答案为: $\sqrt{4+\frac{1}{6}} = 5\sqrt{\frac{1}{6}}$;

(2) 猜想等式 n 可表示为 $\sqrt{n+\frac{1}{n+2}} = (n+1)$

故答案为: $\sqrt{n+\frac{1}{n+2}} = (n+1)$

证明: 等式左边 $= \sqrt{n+\frac{1}{n+2}} = \sqrt{\frac{n^2+2n+1}{n+2}} = \sqrt{\frac{(n+1)^2}{n+2}} = (n+1)$

1) $\sqrt{\frac{1}{n+2}}$ 是右边,

故猜想成立;

(3) ① 原式 $= 100\sqrt{\frac{1}{101}} \times 200\sqrt{\frac{1}{201}} \times \sqrt{402} \times \sqrt{101}$

$= 100 \times 200 \times \sqrt{\frac{1}{101}} \times \sqrt{101} \times \sqrt{\frac{1}{201}} \times \sqrt{201} \times \sqrt{2}$

$= 20000\sqrt{2}$;

② $\because$ 等式 $\sqrt{m^2-2m+1} + \frac{1}{n} = \sqrt{10\frac{1}{n}} (n>0)$,

符合上述规律,

$\therefore m^2-2m+1=9, n=11$,

解得 $m=-2$ 或 4 ,

$\therefore m-n=-13$ 或 -7 .

故答案为: -13 或 -7 .

第十六章中考点扫描

1.A 2.D 3.B 4. $x \geq 2$ 5. $1 \leq x \leq 2$

6.C 7.B 8.A 9.B 10.2 11.2

12.C 13.B 14.B 15.2 16. $4\sqrt{5}$ 17. $\sqrt{2}$

18.17

19.0 20. $\frac{\sqrt{2}019-1}{2}$

21. 解: 原式 $= 2 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 2$.

22. 解: 原式 $= 3 + 4\sqrt{3} + 4 - 4\sqrt{3} + \frac{1}{4} = \frac{29}{4}$.

23. 解: 原式 $= \sqrt{3 \times 6} + \sqrt{2} - 1 + 1 = 3\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 + 1 = 4\sqrt{2}$.

24. 解: 原式 $= a^2 + 2ab - (a^2 + 2a + 1) + 2a$
 $= a^2 + 2ab - a^2 - 2a - 1 + 2a = 2ab - 1$.

当 $a=\sqrt{2}+1, b=\sqrt{2}-1$ 时,

原式 $= 2(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) - 1 = 2 - 1 = 1$.

25. 解: 原式 $= \frac{(m-2)^2}{m-1} \div \left(\frac{3}{m-1} - \frac{m^2-1}{m-1} \right)$

$= \frac{(m-2)^2}{m-1} \div \frac{4-m^2}{m-1}$

$= \frac{(m-2)^2}{m-1} \cdot \frac{m-1}{-(m+2)(m-2)}$

$= \frac{m-2}{m+2}$

当 $m=\sqrt{2}-2$ 时,

原式 $= \frac{\sqrt{2}-2-2}{\sqrt{2}-2+2} = \frac{\sqrt{2}-4}{\sqrt{2}} = -1+2\sqrt{2}$.

26. 解: 原式 $= \frac{x^2}{x+1} - (x-1)$

$= \frac{x^2}{x+1} - \frac{x^2-1}{x+1} = \frac{1}{x+1}$

$\therefore x=2\sqrt{3}-2-(\sqrt{3}-1) = 2\sqrt{3}-2-\sqrt{3}+1 = \sqrt{3}-1$,

$\therefore$ 原式 $= \frac{1}{\sqrt{3}-1+1} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

27.B 28.1

第十七章 勾股定理

17.1 勾股定理

第一课时 勾股定理

【知识清单】

$a^2+b^2=c^2$ 斜边的平方

【考点分层训练】

针对练习

1.D 2.C 3. $a^2+b^2=c^2$

4. 证明: 如图, 连接 BD , 过点 B 作 DE 边上的高 BF , 则 $BF=b-a$.

$\therefore S_{\text{五边形}ACBED} = S_{\triangle ACB} + S_{\triangle ABE} + S_{\triangle BDE}$

$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}ab$,

又 $\because S_{\text{五边形}ACBED} = S_{\triangle ACB} + S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BDE}$

$S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}a(b-a)$,

$\therefore \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}a(b-a)$,

$\therefore a^2+b^2=c^2$.
 5. 证明: $\because \angle C=90^\circ, \angle D=90^\circ, AC=BD=a, BC=DE=b, AB=BE=c$,
 $\therefore \text{Rt}\triangle ACB \cong \text{Rt}\triangle BDE$,
 $\therefore \angle ABC = \angle BED, \angle BAC = \angle EBD$,
 $\therefore \angle ABC + \angle BAC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ABC + \angle DBE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ABE = 90^\circ$,

三个直角三角形面积分别为 $\frac{1}{2}ab, \frac{1}{2}ab$ 和 $\frac{1}{2}c^2$,

直角梯形的面积为 $\frac{1}{2}(a+b)(a+b)$.

由图形可知: $\frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$,

整理得 $(a+b)^2 = 2ab + c^2$,

$\therefore a^2+b^2=c^2$.

6.B 7.A 8.A 9.B 10.B 11.D 12.D

13.6 14.4

15. 解: 如图,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC=6$ cm,

$AC=8$ cm,

根据勾股定理, 得:

$AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ cm,

又 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \times BC = \frac{1}{2}AB \times CE$,

所以 $AB \times CE = AC \times BC$,

即 $10CE = 6 \times 8$, 解得 $CE = 4.8$ cm.

16. 解: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 120^\circ, \angle B = 30^\circ$,

$\therefore \angle C = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ$,

$\angle DAC = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$,

即 $\angle DAC = \angle C$,

$\therefore CD = AD = 1$ cm.

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\because \angle B = 30^\circ$,

$\therefore BD = 2$ cm.

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 根据勾股定理 $AB = \sqrt{3}$ cm.

第二课时 勾股定理的应用(一)

【知识清单】

数学 图形 直角 直角

【考点分层训练】

针对练习

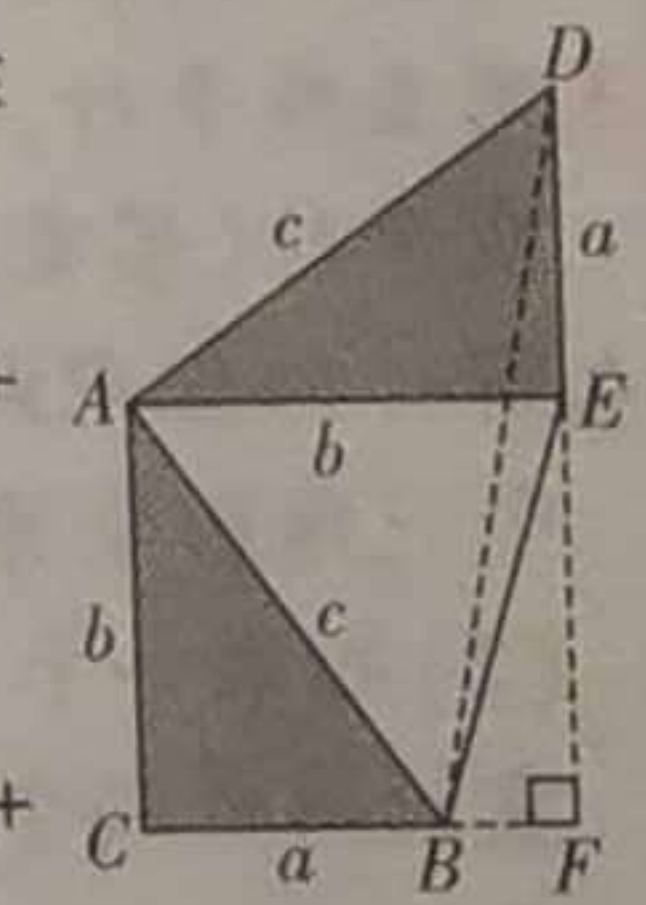
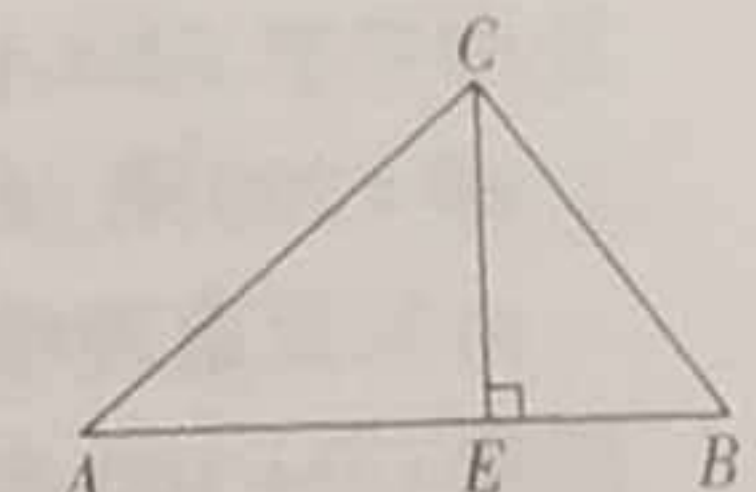
1.C 2.A 3.C 4.16 5.1 600 6.10 7.11

8. 解: 如图, 作 $CD \perp AB$ 交 AB 延长线于 D .

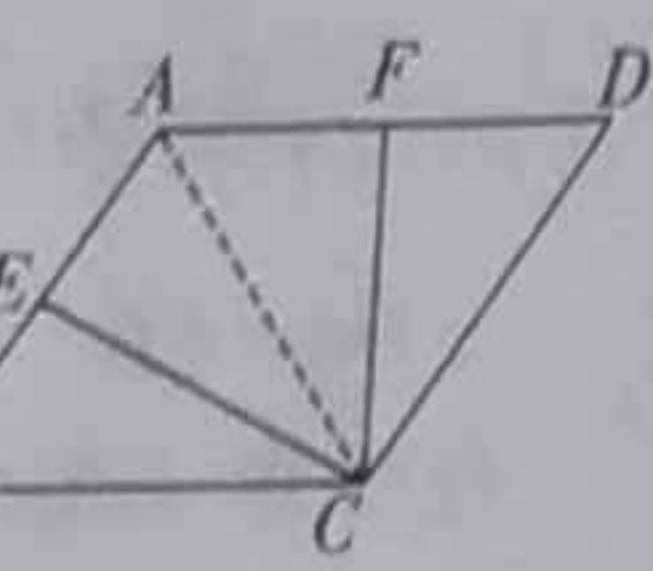
由题意知 $BC=5, CD=3$,

根据勾股定理得: $BD=4$.

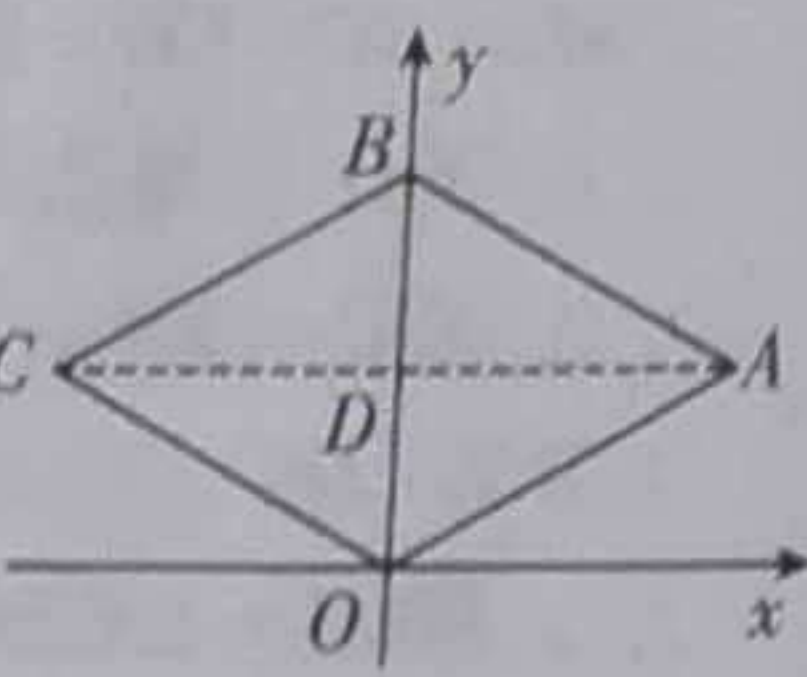
$\therefore AB=1$,



$\because CE \perp AB, CF \perp AD,$
 $\therefore CE=FC, \angle CFD=\angle CEB=90^\circ.$
 在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 与 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中,
 $\begin{cases} CD=CB, \\ CF=CE, \end{cases}$
 $\therefore \text{Rt}\triangle CDF \cong \text{Rt}\triangle CBE(\text{HL}),$
 $\therefore DF=BE.$



9. 证明: 如图, 连接 $AC,$
 $\because CE \perp AB$, 且 E 为 AB 的中点,
 $\therefore \triangle ACB$ 为等腰三角形,
 即 $AC=BC.$
 $\because BC=CD, \therefore AC=CD.$
 $\because CF \perp AD, \therefore F$ 为 AD 的中点.



10. 解: 如图, 连接 $AC,$ 交 OB 于点 $D.$
 $\because$ 四边形 $OABC$ 是菱形,
 $\therefore OB \perp AC$, 且 $BD=OD,$
 $AD=CD.$
 又 $\because B(0,6), \therefore D(0,3).$
 $\because OA=5, \therefore AD=CD=4,$
 $\therefore A(4,3), C(-4,3).$

11. 解: (1) 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=AD, \angle A=60^\circ,$
 $\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形.
 $\therefore \angle ABD=60^\circ.$
 (2) 由 (1) 可知 $BD=AB=4,$
 又 $\because O$ 为 BD 的中点,
 $\therefore OB=2.$
 又 $\because OE \perp AB, \angle ABD=60^\circ,$
 $\therefore \angle BOE=30^\circ, \therefore BE=\frac{1}{2}OB=1.$

12. C 13. 10 14. 12

15. 解: (1) $\because$ 菱形 $ABCD$ 的两条对角线相交于点 $O, \angle DAC=30^\circ,$
 $\therefore \angle BAD=2\angle DAC=60^\circ.$
 $\because AD \parallel BC,$
 $\therefore \angle ABC=180^\circ-60^\circ=120^\circ.$
 (2) $\because$ 菱形 $ABCD$ 的两条对角线相交于点 $O,$
 $BD=12,$
 $\therefore AC \perp BD, DO=\frac{1}{2}BD=6.$
 又 $\because \angle DAC=30^\circ,$
 $\therefore AD=2DO=12.$

在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中, $AO=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3},$
 $\therefore AC=2AO=12\sqrt{3},$

$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 的面积 $S=\frac{1}{2}AC \cdot BD=\frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12=72\sqrt{3}.$

$\times 12=72\sqrt{3}.$
 16. 解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $AC=8 \text{ cm}, BD=6 \text{ cm},$
 $\therefore S_{\text{菱形}ABCD}=\frac{1}{2}AC \cdot BD=\frac{1}{2} \times 8 \times 6=24(\text{cm}^2).$
 (2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,
 $\therefore AC \perp BD, OA=OC=\frac{1}{2}AC=4 \text{ cm}, OB=OD=\frac{1}{2}BD=3 \text{ cm}.$

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中,
 $AB=\sqrt{OB^2+OA^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm}).$
 $\therefore S_{\text{菱形}ABCD}=AB \cdot DH,$
 $\therefore DH=\frac{S_{\text{菱形}ABCD}}{AB}=\frac{24}{5}=4.8(\text{cm}).$

第二课时 菱形的判定

【知识清单】

1. 邻 平行四边形 $AB=BC$ 菱形
2. 垂直 平行四边形 $AC \perp BD$ 菱形
3. 相等 四边形 $AB=BC=CD=AD$ 菱形

【考点分层训练】

1. D 2. C 3. B 4. C
5. $AB=AC$ (答案不唯一) $6. 8\sqrt{3}$
7. (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore AD \parallel BC,$
 $\therefore \angle FAE=\angle AEB, \angle AFO=\angle EBO.$
 $\because O$ 为 AE 的中点,
 $\therefore AO=EO.$

在 $\triangle AOF$ 和 $\triangle EOB$ 中, $\begin{cases} \angle FAO=\angle BEO, \\ \angle AFO=\angle EBO, \\ AO=EO, \end{cases}$

$\therefore \triangle AOF \cong \triangle EOB(\text{AAS}).$

(2) 解: 四边形 $ABEF$ 是菱形. 证明如下:

$\because \triangle AOF \cong \triangle EOB, \therefore AF=BE.$

$\because AD \parallel BC, \therefore AF \parallel BE,$

$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是平行四边形.

$\because AE$ 平分 $\angle BAD,$

$\therefore \angle BAE=\angle FAE.$

$\because \angle FAE=\angle AEB,$

$\therefore \angle BAE=\angle AEB,$

$\therefore AB=BE,$

$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是菱形.

8. 解: (1) 四边形 $AEDF$ 是菱形. 证明如下:

$\because AD$ 平分 $\angle BAC,$

$\therefore \angle 1=\angle 2.$

又 $\because EF \perp AD,$

$\therefore \angle AOE=\angle AOF=90^\circ.$

在 $\triangle AEO$ 和 $\triangle AFO$ 中, $\begin{cases} \angle 1=\angle 2, \\ AO=AO, \\ \angle AOE=\angle AOF, \end{cases}$

$\therefore \triangle AEO \cong \triangle AFO(\text{ASA}),$

$\therefore AE=AF.$

$\because EF$ 垂直平分 $AD,$

$\therefore AE=DE, AF=DF,$

$\therefore AE=DE=AF=DF,$

$\therefore$ 四边形 $AEDF$ 为菱形.

(2) $\because EF$ 垂直平分 $AD, AD=8,$

$\therefore \angle AOE=90^\circ, AO=4,$

在 $\text{Rt}\triangle AOE$ 中, $\therefore AE=5,$

$\therefore EO=\sqrt{AE^2-AO^2}=3.$

由 (1) 知, $EF=2EO=6.$

9. (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore \angle A=\angle C, AB=CD, \angle ABC=\angle ADC.$

$\because BE$ 平分 $\angle ABC, DF$ 平分 $\angle ADC,$

$\therefore \angle ABE=\angle CDF,$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF(\text{ASA}).$

(2) 解: 若 $BD \perp EF$, 则四边形 $EBFD$ 是菱形.

证明: 由 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, 得 $AE=CF.$

在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, AD=BC,$

$\therefore DE \parallel BF, DE=BF,$

$\therefore$ 四边形 $EBFD$ 是平行四边形.

$\because BD \perp EF, \therefore$ 平行四边形 $EBFD$ 是菱形.

10. C 11. 4.5

12. (1) 证明: $\because AB \parallel CD,$

$\therefore \angle OAB=\angle OCA.$

$\because AC$ 为 $\angle DAB$ 的平分线,

$\therefore \angle OAB=\angle OAC,$

$\therefore \angle OCA=\angle OAC,$

$\therefore CD=AD=AB.$

$\therefore AB \parallel CD,$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

又 $\because AD=AB,$

$\therefore \square ABCD$ 是菱形.

(2) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore OA=OC, BD \perp AC.$

$\because CE \perp AB, \therefore OE=OA=OC.$

$\because BD=2, \therefore OB=\frac{1}{2}BD=1.$

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $AB=\sqrt{5}, OB=1,$

$\therefore OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=2,$

$\therefore OE=OA=2.$

13. (1) 证明: $\because AF \parallel BC,$
 $\therefore \angle AFE=\angle DBE.$

$\because E$ 是 AD 的中点,

$\therefore AE=DE.$

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle DEB$ 中,

$\begin{cases} \angle AFE=\angle DBE, \\ \angle FEA=\angle BED, \end{cases}$

$AE=DE,$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DEB(\text{AAS}).$

(2) 证明: 由 (1) 知, $\triangle AEF \cong \triangle DEB$, 则 $AF=$

$DB.$

$\because AD$ 为 BC 边上的中线,

$\therefore DB=DC, \therefore AF=CD.$

$\therefore AF \parallel BC,$

$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是平行四边形.

$\because \angle BAC=90^\circ, D$ 是 BC 的中点,

$\therefore AD=DC=\frac{1}{2}BC,$

$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是菱形.

(3) 解: 如图, 连接 $DF,$

$\therefore AF \parallel BD, AF=BD,$

$\therefore$ 四边形 $ABDF$ 是平

行四边形,

$\therefore DF=AB=5.$

$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是菱形,

$\therefore S_{\text{菱形}ADCF}=\frac{1}{2}AC \cdot DF=\frac{1}{2} \times 4 \times 5=10.$

18.2.3 正方形

第一课时 正方形的性质

【知识清单】

1. 相等 直角

2. 矩 菱 (1) 直角 (2) 相等 (3) 相等 垂直平分

【考点分层训练】

针对练习

1. A 2. B 3. C 4. B 5. 112.5° 6. $\frac{7}{2}$

7. 证明: 如图, 连接 $PC,$

$\because PE \perp DC, PF \perp BC,$ 四边形

$ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle PEC=\angle PFC=\angle ECF=$

$90^\circ,$

$\therefore$ 四边形 $PECF$ 为矩形,

$\therefore PC=EF.$

又 $\because P$ 为 BD 上任意一点,

$\therefore PA, PC$ 关于 BD 对称,

$\therefore PA=PC, \therefore EF=AP.$

8. (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore CD=CB, \angle D=\angle DCB=\angle CBA=90^\circ.$

又 $\because \angle FCE=90^\circ,$

$\therefore \angle FCB+\angle FCD=90^\circ,$

$\angle FCB+\angle ECB=90^\circ,$

$\therefore \angle DCF=\angle BCE.$

在 $\triangle CDF$ 和 $\triangle CBE$ 中, $\begin{cases} \angle D=\angle CBE, \\ CD=CB, \\ \angle DCF=\angle BCE, \end{cases}$

$\therefore \triangle CDF \cong \triangle CBE(\text{ASA}).$

(2) 解: $\because$ 正方形 $ABCD$ 的面积为 64,

$\therefore CB=8.$

$\because \triangle CDF \cong \triangle CBE,$

$\therefore CF=CE,$

$\therefore \triangle CEF$ 是等腰直角三角形,

$\therefore S_{\triangle CEF}=\frac{1}{2}CF \times CE=50,$

$\therefore CE^2=100, \therefore CE=10.$

在 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中, $BE=\sqrt{CE^2-CB^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

第二课时 正方形的判定

【知识清单】

1. 矩 菱 直角 平行四边形
2. 互相垂直 相等 垂直且相等 垂直、相等且平分

【考点分层训练】

1. D 2. D 3. C 4. C

5. 有一组邻边相等的矩形是正方形

6. $AC=BD$ 或 $\angle ABC=90^\circ$ (答案不唯一)

7. 证明: $\because CE \parallel BD, DE \parallel AC,$

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是平行四边形.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore OA=OC=OB=OD, AC \perp BD,$

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是正方形.

8. 证明: $\because \angle ACB=90^\circ, DE \perp BC, DF \perp AC,$

$\therefore$ 四边形 $CFDE$ 是矩形.

又 $\because CD$ 平分 $\angle ACB, DE \perp BC, DF \perp AC,$

$\therefore DE=DF. \therefore$ 矩形 $CFDE$ 是正方形.

9. (1) 证明: $\because \angle ACB=90^\circ$ 点 D 是 AB 的中点,

$\therefore AD=CD. \therefore DF \perp AC,$

$\therefore \angle DFA=\angle DFC=90^\circ.$

$\because DF=DF, \therefore \triangle DFA \cong \triangle DFC,$

$\therefore AF=CF. \therefore CE \parallel AB, \therefore \angle ECF=\angle DAF.$

在 $\triangle CEF$ 和 $\triangle ADF$ 中, $\begin{cases} \angle ECF=\angle DAF, \\ CF=AF, \\ \angle EFC=\angle DFA, \end{cases}$

$\therefore \triangle CEF \cong \triangle ADF(\text{ASA}),$

$\therefore EF=DF,$

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是平行四边形.

又 $\because DF \perp AC,$

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是菱形.

(2) 解: 当 $\angle BAC=45^\circ$ 时, 四边形 $AECD$ 是正方形. 证明如下:

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是菱形,

小

【考点分层训练】

1.D 2.C 3.A 4.-1

5.解:(1) $y=-4x$ 是正比例函数,比例系数是-4;

(2) $y=3x-1$ 不是正比例函数;

(3) $y=\frac{5x}{6}$ 是正比例函数,比例系数是 $\frac{5}{6}$;

(4) $y=\frac{9}{x}$ 不是正比例函数;

(5) $y=-0.9x$ 是正比例函数,比例系数是-0.9;

(6) $y=(\sqrt{5}-1)x$ 是正比例函数,比例系数是 $(\sqrt{5}-1)$.

6.解:(1)由题意,得 $y=2.2x$, y 是 x 的正比例函数.

(2)依题意得 $xy=20$,则 $y=\frac{20}{x}$, y 不是 x 的正比例函数.

(3) $y=\pi x^2$, y 不是 x 的正比例函数.

(4)由题意,得 $y=3x$, y 是 x 的正比例函数.

(5) $y=28-5x$, y 不是 x 的正比例函数.

7.C 8.C 9.A 10.C 11. $y=-x$ (答案不唯一)

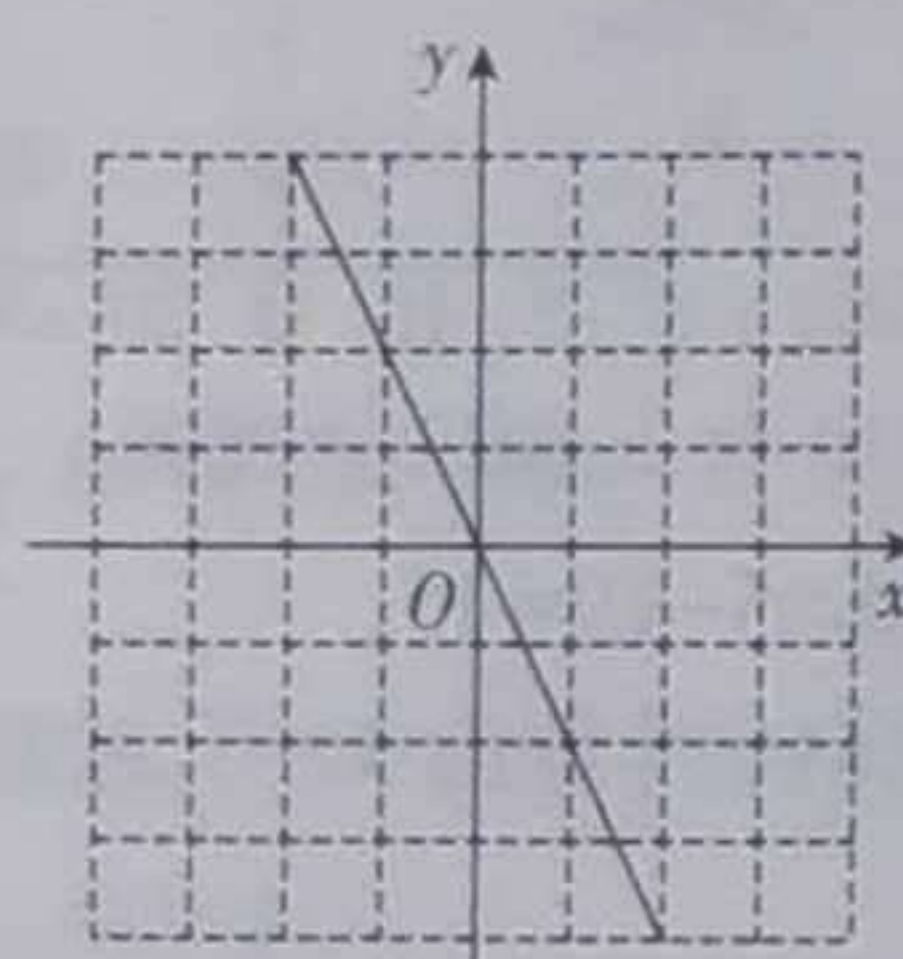
12. $\sqrt{11}$

13.解:(1)把点 $(3,-6)$ 代入正比例函数 $y=kx$,得

$-6=3k$,解得 $k=-2$.

$\therefore$ 这个函数的解析式为 $y=-2x$.

(2)如图.



(3) $\therefore$ 正比例函数的解析式为 $y=-2x$,

$\therefore$ 当 $x=4$ 时, $y=-8$;当 $x=-1.5$ 时, $y=3$.

$\therefore$ 点 $A(4,-2)$ 不在这个函数的图象上,点 $B(-1.5,3)$ 在这个函数的图象上.

14.解:(1) $\therefore$ 正比例函数 $y=kx$ 的图象过点 $P(-\sqrt{2},\sqrt{2})$,

$\therefore \sqrt{2}=-\sqrt{2}k$,解得 $k=-1$.

$\therefore$ 该函数的解析式为 $y=-x$.

(2) $\therefore$ 点 $A(a,-4)$, $B(-2\sqrt{2},b)$ 都在 $y=-x$ 的图象上,

$\therefore -4=-a$, $b=-(-2\sqrt{2})$,

$\therefore a=4$, $b=2\sqrt{2}$.

15.解:(1)由题意得 $\begin{cases} k^2-3=1, \\ k+\frac{1}{2}\neq 0, \end{cases}$ 解得: $k=\pm 2$,

$\therefore$ 当 $k=\pm 2$ 时,该函数是正比例函数.

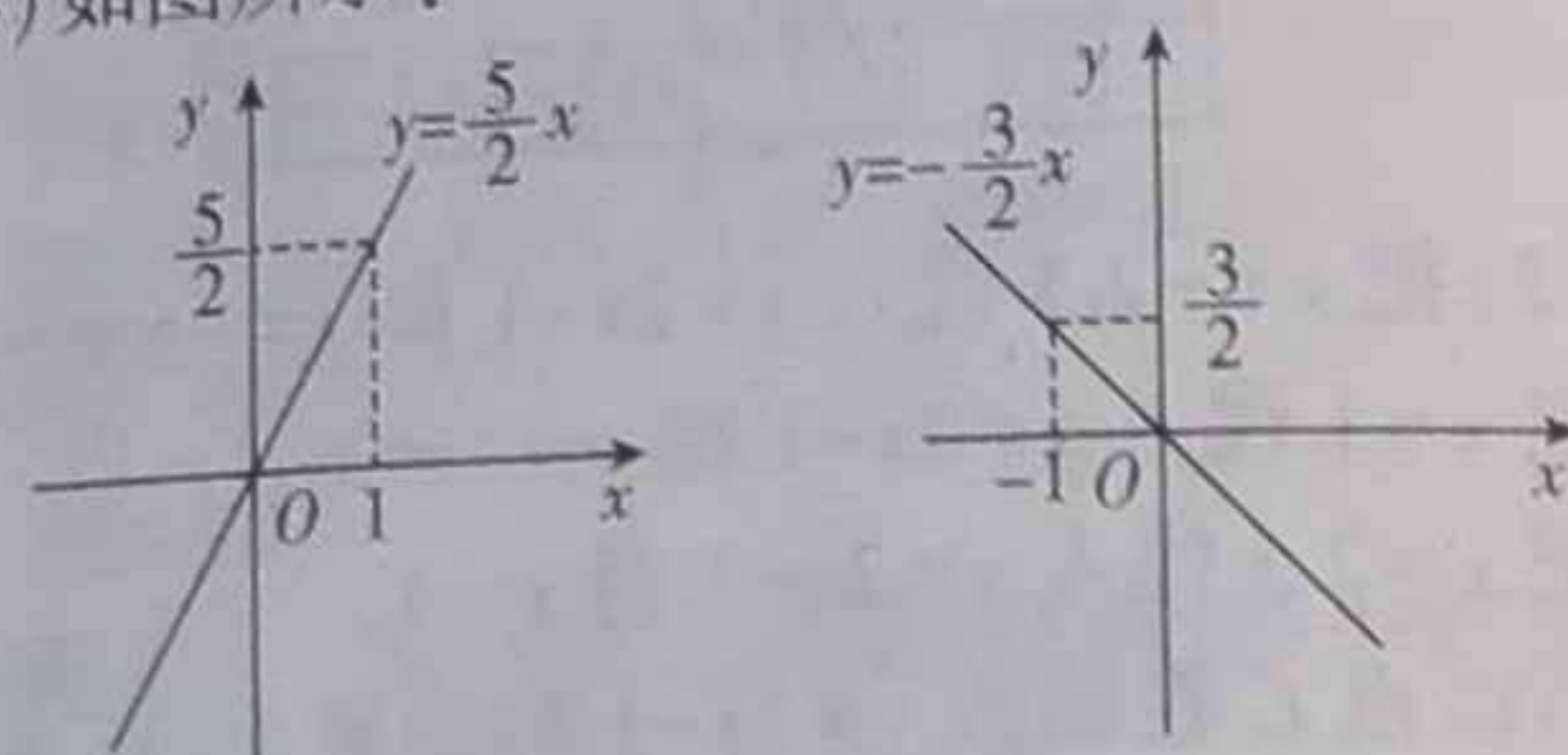
$\therefore$ 正比例函数的解析式为: $y=\frac{5}{2}x$,或 $y=-\frac{3}{2}x$.

x .

(2)由(1)得,当 $k=2$ 时,正比例函数 y 随 x 的增大而增大.

(3)由(1)得,当 $k=-2$ 时,正比例函数 y 随 x 的增大而减小.

(4)如图所示:



(5)把 $x=2$ 分别代入 $y=\frac{5}{2}x$, $y=-\frac{3}{2}x$ 中,

得 $y=5$,或 $y=-3$,

$\therefore A(2,5)$ 在 $y=\frac{5}{2}x$ 上.

同理可得, $B(2,-3)$ 在 $y=-\frac{3}{2}x$ 上.

19.2.2 一次函数

第一课时 一次函数的定义

【知识清单】

$y=kx+b$ k,b 是常数, $k\neq 0$ $y=kx$ 一次函数

【考点分层训练】

1.B 2.C 3.A 4.C 5.A

6. $y=2x-3$ 7.2 8. $y=1.8x-6$

9. $y=24-2x(6<x<12)$ 10.2

11.解:(1)由题意可得: $|k|=1$, $k-1\neq 0$,解得: $k=-1$.

(2)由(1)知,函数解析式为 $y=-2x-3$.

当 $x=3$ 时, $y=-2\times 3-3=-9$.

(3)当 $y=0$ 时, $0=-2x-3$,

解得: $x=-\frac{3}{2}$.

12.解:(1) $y=0.5x$, y 是 x 的正比例函数, y 是 x 的一次函数.

(2) $y=10\ 000+500x$, y 是 x 的一次函数.但 y 不是 x 的正比例函数.

(3)由题意得: $2(x+120+y+110)=500$,整理,得 $y=20-x$,

y 是 x 的一次函数,但 y 不是 x 的正比例函数.

13.解:将 $x=-2$, $y=7$ 和 $x=1$, $y=-11$ 分别代入 $y=kx+b$,得

$\begin{cases} -2k+b=7, \\ k+b=-11, \end{cases}$ 解得: $\begin{cases} k=-6, \\ b=-5. \end{cases}$

14.解:(1)因为函数 $y=(m-2)x^{2-|m|}+m-1$ 是一次函数,

所以 $2-|m|=1$ 且 $m-2\neq 0$,解得 $m=\pm 1$.

(2)因为函数 $y=(m-2)x^{2-|m|}+m-1$ 是正比例函数,

所以 $2-|m|=1$ 且 $m-1=0$,解得 $m=1$.

15.解:(1) $y=360-6x(0\leq x\leq 60)$.

(2)当 $x=50$ 时, $y=360-6\times 50=60$.

(3)当 $y=72$ 时, $360-6x=72$,解得 $x=48$.

16.解:(1) $\therefore y+a$ 与 $x+b$ 成正比例,

设比例系数为 k ,则 $y+a=k(x+b)$,

整理得: $y=kx-kb-a$,

$\therefore y$ 是 x 的一次函数.

(2)把 $x=-1$ 时, $y=-15$; $x=7$ 时, $y=1$ 分别代入 $y=kx-kb-a$,得

$\begin{cases} -15=-k-kb-a, \\ 1=7k-kb-a, \end{cases}$ 解得: $\begin{cases} k=2, \\ kb+a=13, \end{cases}$

则该一次函数为 $y=2x-13$.

第二课时 一次函数的图象和性质

【知识清单】

1. $(-\frac{b}{k},0)$ $(0,b)$

2.一、二、三 一、三、四 一、二、四 二、三、四

3.增大 减小

4. -1

【考点分层训练】

1.A 2.B

3.C 解析:因为直线 $y=kx+b$ 经过第一、三、四象限,所以 $k>0$, $b<0$,所以 $-k<0$,

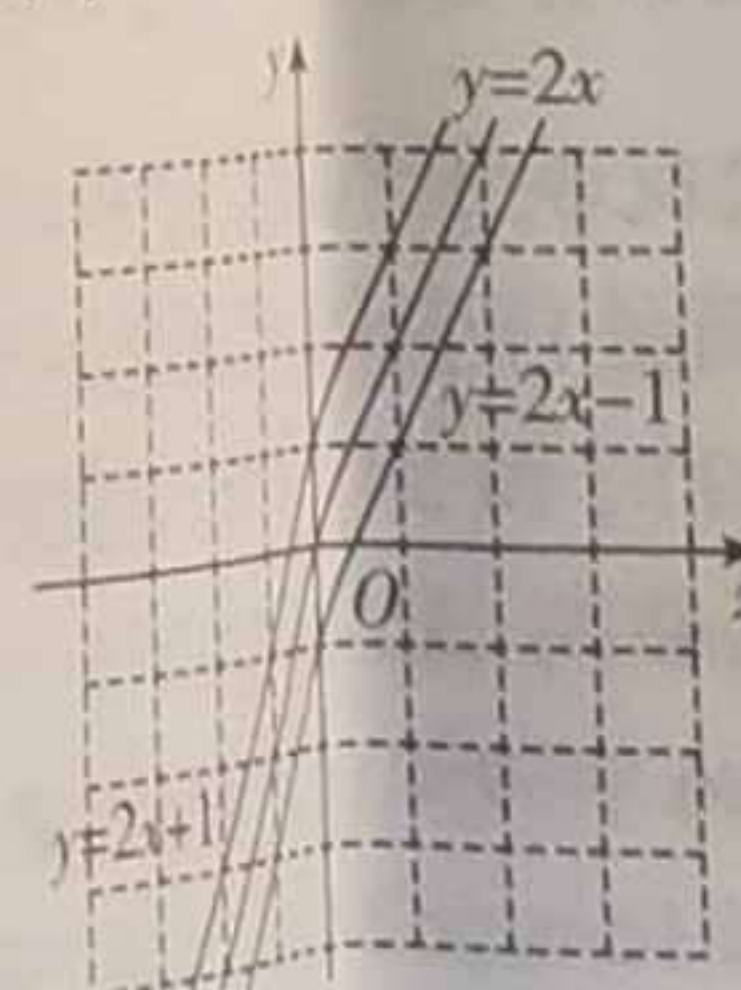
所以直线 $y=kx-b$ 经过第二、三、四象限.

故选 C.

4. $(-\frac{b}{k},0)$ $(0,b)$ 5.三

6.1 (答案不唯一) $7.y=2x-3$

8.解:如图所示:

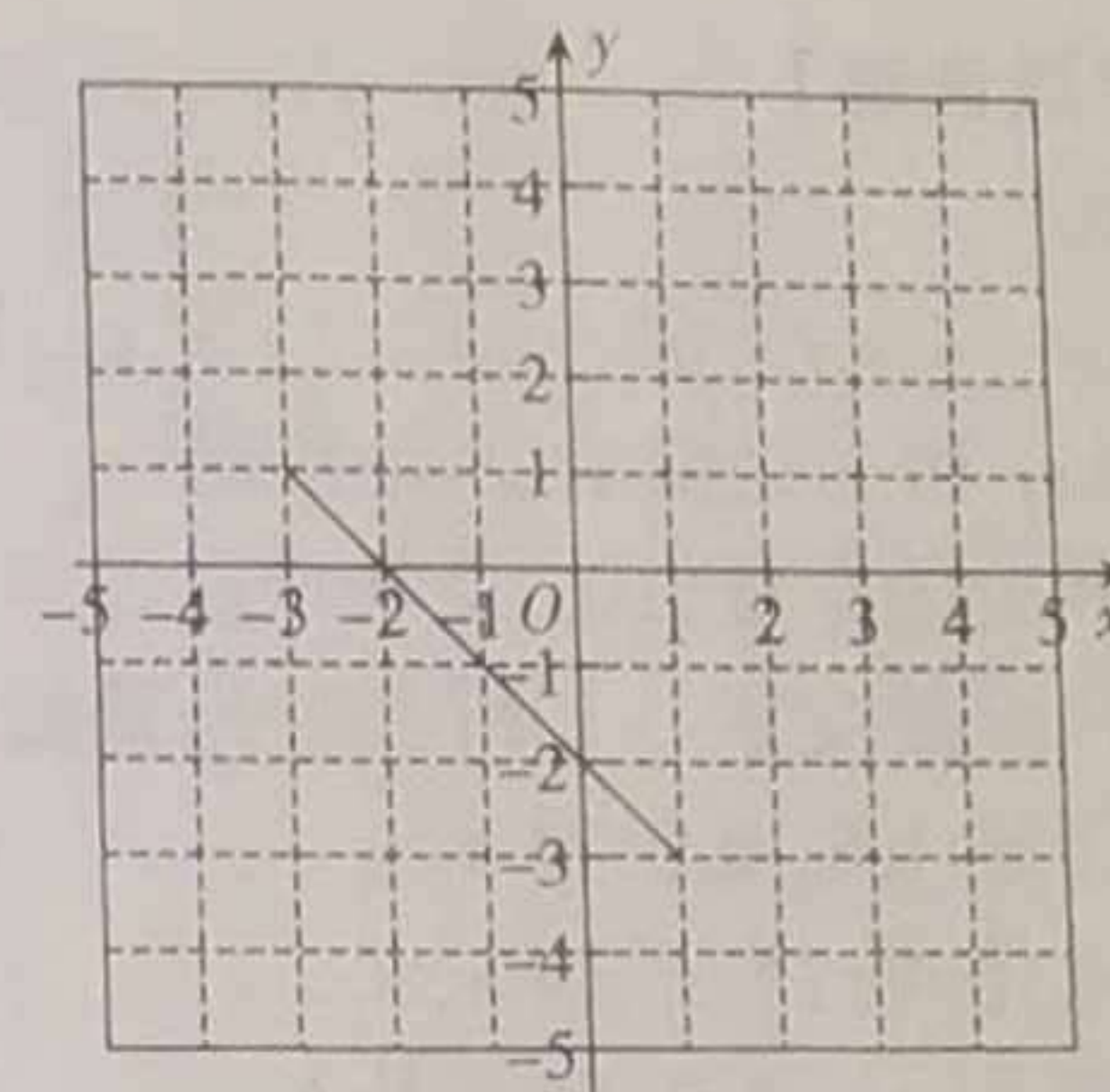


9.A 10.B 11.B 12.D

13.② ①④ ②③ ④ 14.2

15.解:(1)-1

(2)图象如图:



注:本题答案不唯一.

16.解:(1)因为一次函数图象经过原点,

所以 $-3m^2+12=0$ 且 $m-2\neq 0$,

所以 $m=-2$.

(2)因为函数图象平行于直线 $y=2x$,

所以 $m-2=2$,

解得 $m=4$.

(3)把 $(0,-15)$ 代入解析式,得 $-3m^2+12=-15$,

解得 $m=\pm 3$.

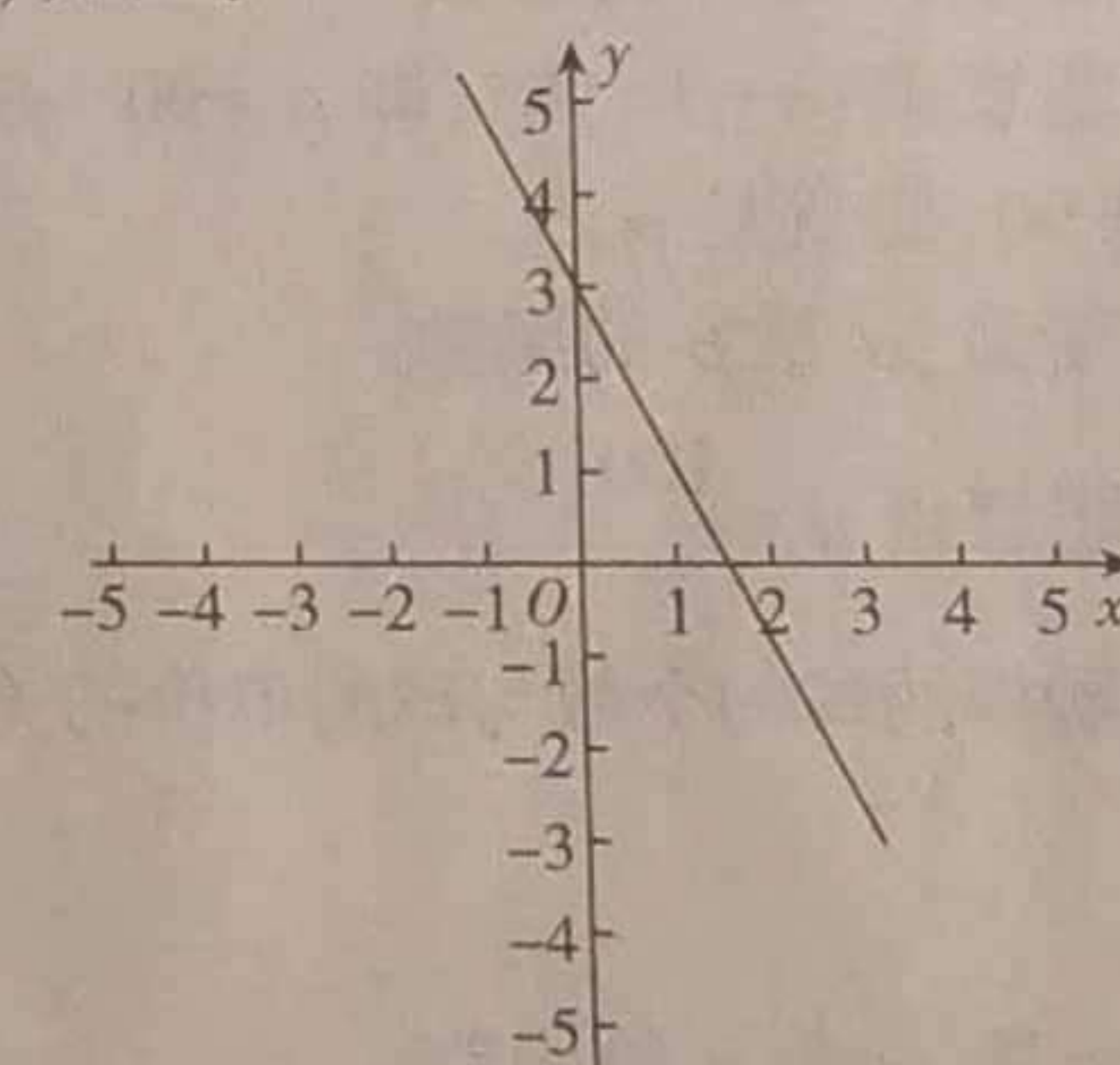
又因为 y 随 x 的增大而减小,

所以 $m-2<0$,即 $m<2$,

所以 $m=-3$.

17.C 18.B 19. $y=x-1$ (答案不唯一) 20.二

21.解:(1)如图:



(2)函数 $y=-2x+3$ 与 x 轴、 y 轴的交点坐标分别为 $(\frac{3}{2},0)$ 和 $(0,3)$.

(3)此函数的图象与坐标轴围成的三角形的面积为 $\frac{1}{2}\times 3\times \frac{3}{2}=\frac{9}{4}$.

22.解:(1)因为直线 $y=2x+4$ 与 x 轴交于点 A ,与 y 轴交于点 B ,

所以 $y=0$ 时, $x=-2$; $x=0$ 时, $y=4$,

故 $A(-2,0)$, $B(0,4)$.

由直线 AB 上有一点 Q 在第一象限,且到 y 轴的距离为2,得点 Q 的横坐标为2,

此时 $y=4+4=8$,

所以 $Q(2,8)$.

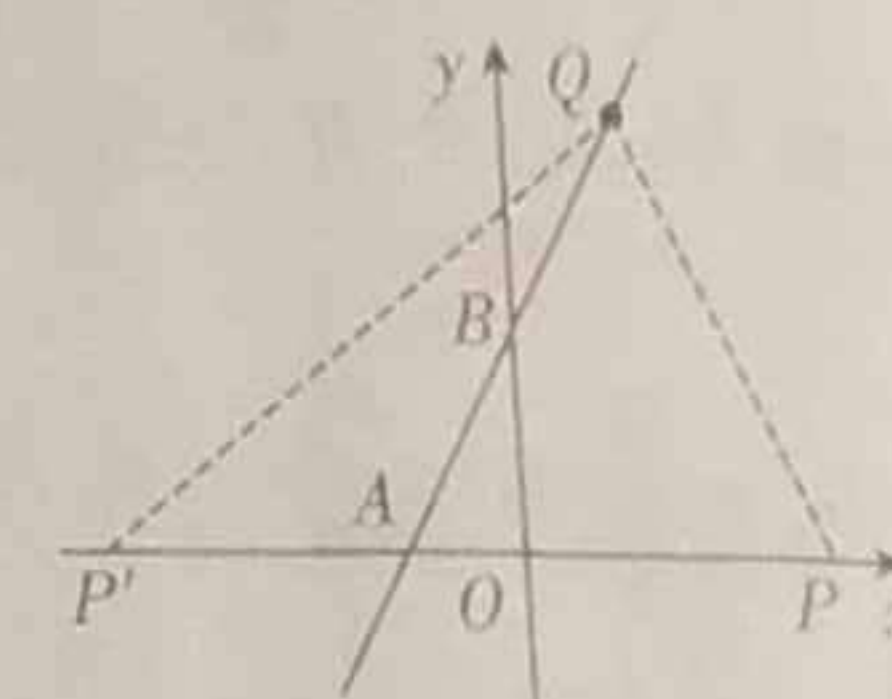
(2)由 $A(-2,0)$ 得 $OA=2$.

由 $Q(2,8)$ 可得, $\triangle APQ$ 中 AP 边上的高为8.

当点 P 在 x 轴的正半轴上时,

$AP=OA+PO=2+24=26$,

$S_{\triangle APQ}=\frac{1}{2}\times 26\times 8=104$;



当点 P' 在 x 轴的负半轴上时,

$AP'=P'O-OA=24-2=22$,

$S_{\triangle AP'Q}=\frac{1}{2}\times 22\times 8=88$.

第三课时 用待定系数法求一次函数解析式

【知识清单】

1.函数解析式 解析式

2.(1) $y=kx+b$ (2) k b (3) k b (4) $y=kx+b$

【考点分层训练】

1.C 2.B 3.B 4.B 5.A 6.C

7. $y=-3x+5$ 8. $y=-\frac{2}{3}x+2$ 9. $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+4$

10.解:将 $(-5,1)$ 和 $(3,-3)$ 代入 $y=kx+b$ 中,得

$$\begin{cases} -5k+b=1, \\ 3k+b=-3, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=-\frac{1}{2}, \\ b=-\frac{3}{2}. \end{cases}$$

11.解:设该一次函数解析式为 $y=kx+b(k\neq 0)$

由表可知,当 $x=0$ 时, $y=1$; $x=2$ 时, $y=5$,

据此列出方程组 $\begin{cases} b=1, \\ 2k+b=5, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k=2, \\ b=1, \end{cases}$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y=2x+1$.

把 $x=1$ 代入,得到 $y=2+1=3$,即 $m=3$.

12.解:(1)观察图象可得一次函数的图象经过

$(2,0)$, $(0,-2)$,

代入函数的解析式 $y=kx+b$ 中,得

$$\begin{cases} 2k+b=0, \\ b=-2, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=1, \\ b=-2, \end{cases}$$

所以一次函数的解析式为 $y=x-2$.

(2)令 $x=10$,得 $y=10-2=8$.

(3)令 $y=12$,得 $x-2=12$,解得 $x=14$.

13.解:(1)设一次函数解析式为 $y=kx+b$,

将 $M(0,3)$, $N(2,-1)$ 代入得: $\begin{cases} b=3, \\ 2k+b=-1, \end{cases}$

解得: $\begin{cases} k=-2, \\ b=3, \end{cases}$

$$\text{解方程组} \begin{cases} y=3x+1, \\ y=-\frac{1}{3}x-1 \end{cases} \text{得} \begin{cases} x=-\frac{3}{5}, \\ y=-\frac{4}{5}. \end{cases}$$

∴ 它们的交点坐标为 $(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$.

(2) ∵ 过点 A 直线与 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 垂直,

∴ 设过点 A 直线的直线解析式为 $y=2x+b$,

把 $A(2,3)$ 代入得 $2 \times 2 + b = 3$, 解得 $b = -1$,

∴ 直线 m 的解析式为 $y=2x-1$.

专题(十四) 中考汇编一次函数图象与性质的综合应用

1.D 2.A 3.C 4.D 5.A 6.A 7.A 8.D 9.

D 10.3 11.C 12. $y=x-1$ 13. $(-\sqrt{5}, 2)$

14.解:(1) 把点 P 的横坐标为 2 代入得, $y = -2 + 5 = 3$,

∴ 点 $P(2,3)$,

∴ $S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$;

(2) 当 $S=4$ 时, 即 $\frac{1}{2} \times 4 \times |y| = 4$,

∴ $y=2$ 或 $y=-2$ (舍去),

当 $y=2$ 时, 即 $2 = -x + 5$,

解得 $x=3$,

∴ 点 $P(3,2)$,

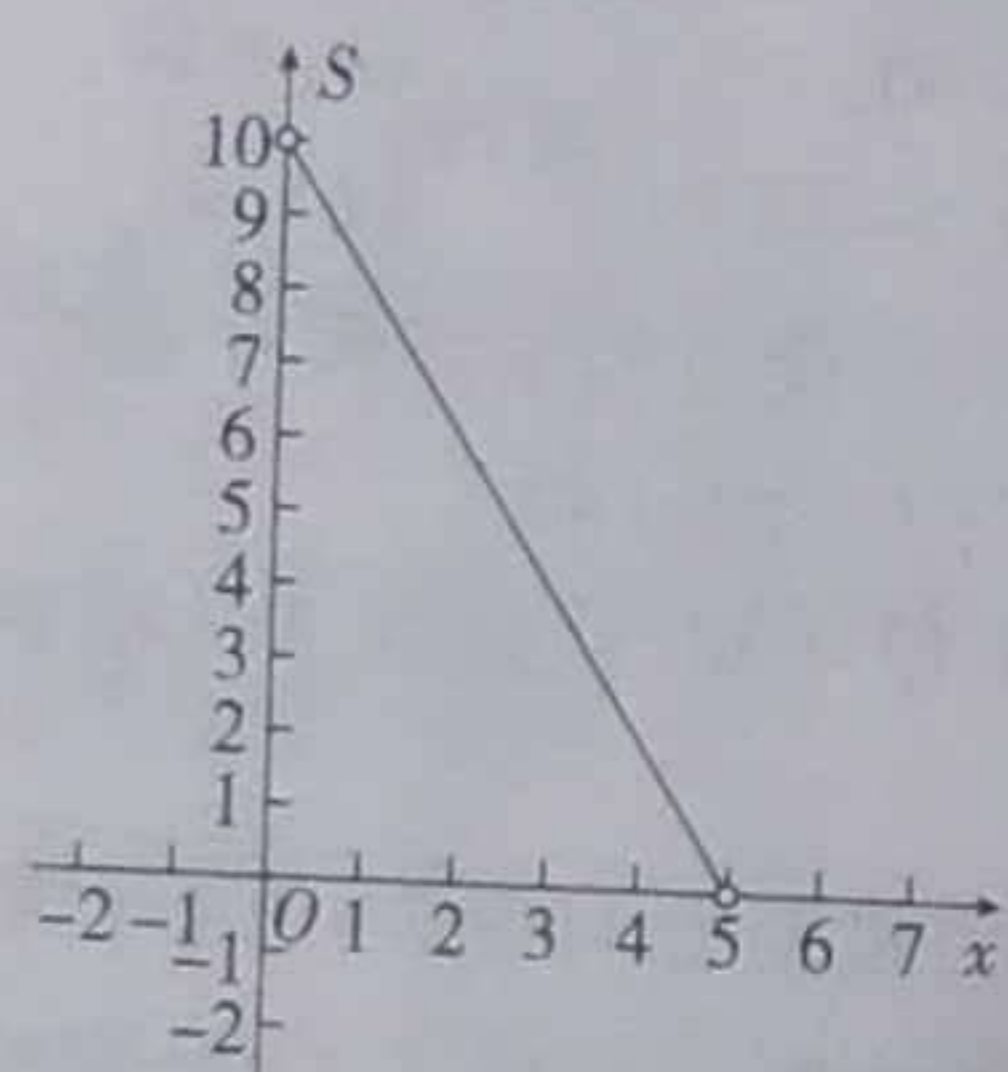
∴ 点 P 的坐标为 $(3,2)$;

(3) 由题意得,

$S = \frac{1}{2} OA \cdot |y| = 2y (y > 0)$,

当 $y > 0$ 时, 即 $0 < x < 5$ 时, $S = 2(-x+5) = -2x+10$,

∴ S 关于 x 的函数解析式为 $S = -2x+10 (0 < x < 5)$, 画出的图象如图所示.



19.3 课题学习 选择方案

【知识清单】

一次函数

【考点分层训练】

1.D 2.①②③

3.解:(1) 设方案一的解析式为 $y=kx$,

把 $(40, 1600)$ 代入解析式, 可得: $k=40$,

因此解析式为 $y=40x$.

设方案二的解析式为 $y=ax+b$,

把 $(40, 1400)$ 和 $(0, 600)$ 代入解析式, 可得:

$$\begin{cases} b=600, \\ 40a+b=1400, \end{cases} \text{解得: } \begin{cases} a=20, \\ b=600, \end{cases}$$

因此解析式为 $y=20x+600$.

(2) 令 $40x=20x+600$,

解得: $x=30$.

根据函数图象可知, 当 $x > 30$ 时, 选择方案一

所得报酬高于选择方案二所得报酬.

4.解:(1) 根据题意, 得: $y=90x+70(21-x)=20x+1470$,

所以函数解析式为 $y=20x+1470$.

(2) ∵ 购买 B 种树苗的数量少于 A 种树苗的数量,

∴ $21-x < x$,

解得: $x > 10.5$.

又 ∵ $y=20x+1470$, 且 x 取整数,

∴ 当 $x=11$ 时, y 有最小值为 1690,

∴ 使费用最省的方案是购买 B 种树苗 10 棵, A 种树苗 11 棵, 所需费用为 1690 元.

5.解:(1) 两条直线在 1500 km 处相交, 故每月行驶的路程等于 1500 km 时, 租两家车的费用相同.

(2) 由图可知当 $y_2 < y_1$ 时, 对应的 x 的范围是 $x < 1500$ km.

(3) 由图象可知, 当 $x=2300$ km > 1500 km, $y_1 < y_2$, 即租用个体户的车合算.

6.解:(1) 由题意可得:

银卡消费: $y=10x+150$,

普通消费: $y=20x$.

(2) 令 $10x+150=20x$, 解得: $x=15$, 此时 $y=300$,

故 $B(15, 300)$.

当 $y=10x+150$, $x=0$ 时, $y=150$, 故 $A(0, 150)$.

当 $y=10x+150=600$, 解得: $x=45$, 此时 $y=600$, 故 $C(45, 600)$.

(3) 当 $0 < x < 15$ 时, 普通消费更划算;

当 $x=15$ 时, 银卡、普通票的总费用相同, 均比金卡合算;

当 $15 < x < 45$ 时, 银卡消费更划算;

当 $x=45$ 时, 金卡、银卡的总费用相同, 均比普通票合算;

当 $x > 45$ 时, 金卡消费更划算.

7.解:(1) $W=250x+200(30-x)+150(34-x)+240(6+x)=140x+12540 (0 \leq x \leq 30, \text{且 } x \text{ 为整数})$.

(2) 根据题意得 $140x+12540 \geq 16460$, 解得 $x \geq 28$.

∴ $0 \leq x \leq 30$, $\therefore 28 \leq x \leq 30$.

∴ 有 3 种不同的调运方案:

第一种调运方案: 从 A 城调往 C 乡 28 台, 调往 D 乡 2 台, 从 B 城调往 C 乡 6 台, 调往 D 乡 34 台;

第二种调运方案: 从 A 城调往 C 乡 29 台, 调往 D 乡 1 台, 从 B 城调往 C 乡 5 台, 调往 D 乡 35 台;

第三种调运方案: 从 A 城调往 C 乡 30 台, 调往 D 乡 0 台, 从 B 城调往 C 乡 4 台, 调往 D 乡 36 台.

(3) $W=(250-a)x+200(30-x)+150(34-x)+240(6+x)=(140-a)x+12540$, 当 $a=200$ 时, $W=12540$,

此时 $x=30$ 时, $W_{\text{最小}}=10740$.

此时的方案为: 从 A 城调往 C 乡 30 台, 调往 D 乡 0 台, 从 B 城调往 C 乡 4 台, 调往 D 乡 36 台.

专题(十五) 一次函数与方案的设计问题

1.D 解: 由图象可得, 甲园的门票费用是 60 元, 故选项 A 正确; 草莓优惠前的销售价格是 $200 \div 5 = 40$ (元/千克), 故选项 B 正确; 乙园超过 5 千克后, 超过的部分价格优惠是 $\frac{400-200}{15-5} \div 40 \times 10 = 5$ 折, 故选项 C 正确; 若顾客采摘 15 千克草莓, 那么到甲园和乙园采花费一样多, 故选项 D 错误; 故选项 D.

2.解:(1) 由题意知, 图中射线 OA 为线下销售, 折线 OBD 为线上销售, 线下销售: $y=5 \times 0.8x=4x$;

线上销售: 当 $0 \leq x \leq 6$ 时, $y=5 \times 0.9x=4.5x$,

当 $x > 6$ 时, $y=5 \times 0.9 \times 6 + (x-6) \times (5 \times 0.9 - 1.5) = 27 + 3(x-6) = 3x+9$,

∴ $y = \begin{cases} 4.5x (0 \leq x \leq 6) \\ 3x+9 (x > 6) \end{cases}$,

∴ 线下销售 y 与 x 之间的函数关系为 $y=4x$, 线上销售 y 与 x 之间的函数关系为 $y = \begin{cases} 4.5x (0 \leq x \leq 6) \\ 3x+9 (x > 6) \end{cases}$;

(2) 图象得: $4x=3x+9$, 解得: $x=9$,

$y=4 \times 9=36$, ∴ $C(9, 36)$,

∴ 图中点 C 坐标的实际意义为当购买 9 千克产品时, 线上、线下都花费 36 元;

(3) 购买 10 千克产品线下需花费: $4 \times 10 = 40$

(元),

线上需花费: $3 \times 10 + 9 = 39$ (元),

∴ 购买这种产品 10 千克, 线上购买最省钱.

或: 根据图象, 当 $x > 9$ 时, 线上购买比线下购买省钱.

3.解:(1) 由图象可得, 200 瓶洗手液的打八折后的价格是 2400 元,

∴ 洗手液的单价为 $2400 \div 200 \div 80\% = 15$ (元/瓶),

故答案为: 15;

(2) 方案一: y_1 与 x 的函数关系式为 $y_1 = 0.8 \times 15x = 12x$;

方案二: 当 $0 < x \leq 200$ 时, $y_2 = 15x$,

当 $x > 200$ 时, $y_2 = 15 \times 200 + (x-200) \times 15 \times 0.6 = 9x+1200$.

∴ $y_1 = 12x, y_2 = \begin{cases} 15x (0 < x \leq 200) \\ 9x+1200 (x > 200) \end{cases}$;

(3) 当 $x=420$ 时,

$12x = 12 \times 420 = 5040$ (元),

$9x+1200 = 9 \times 420 + 1200 = 4980$ (元),

$4980 < 5040$,

答: 方案二更省钱.

4.解:(1) 由题意可得,

方式一: 所需的邮递费用 y (元) 与 x (千克) 之间的函数关系式是 $y=3 \times 2 + (x-3) \times 1.5 = 1.5x+1.5$,

当 $x=4$ 时, $y=7.5$, 当 $x=5$ 时, $y=9$;

方式二: 所需的邮递费用 y (元) 与 x (千克) 之间的函数关系式是 $y=x+4$,

当 $x=4$ 时, $y=8$, 当 $x=5$ 时, $y=9$;

它们的函数图象如右图所示;

(2) 由题意可得: $1.5x+1.5=x+4$,

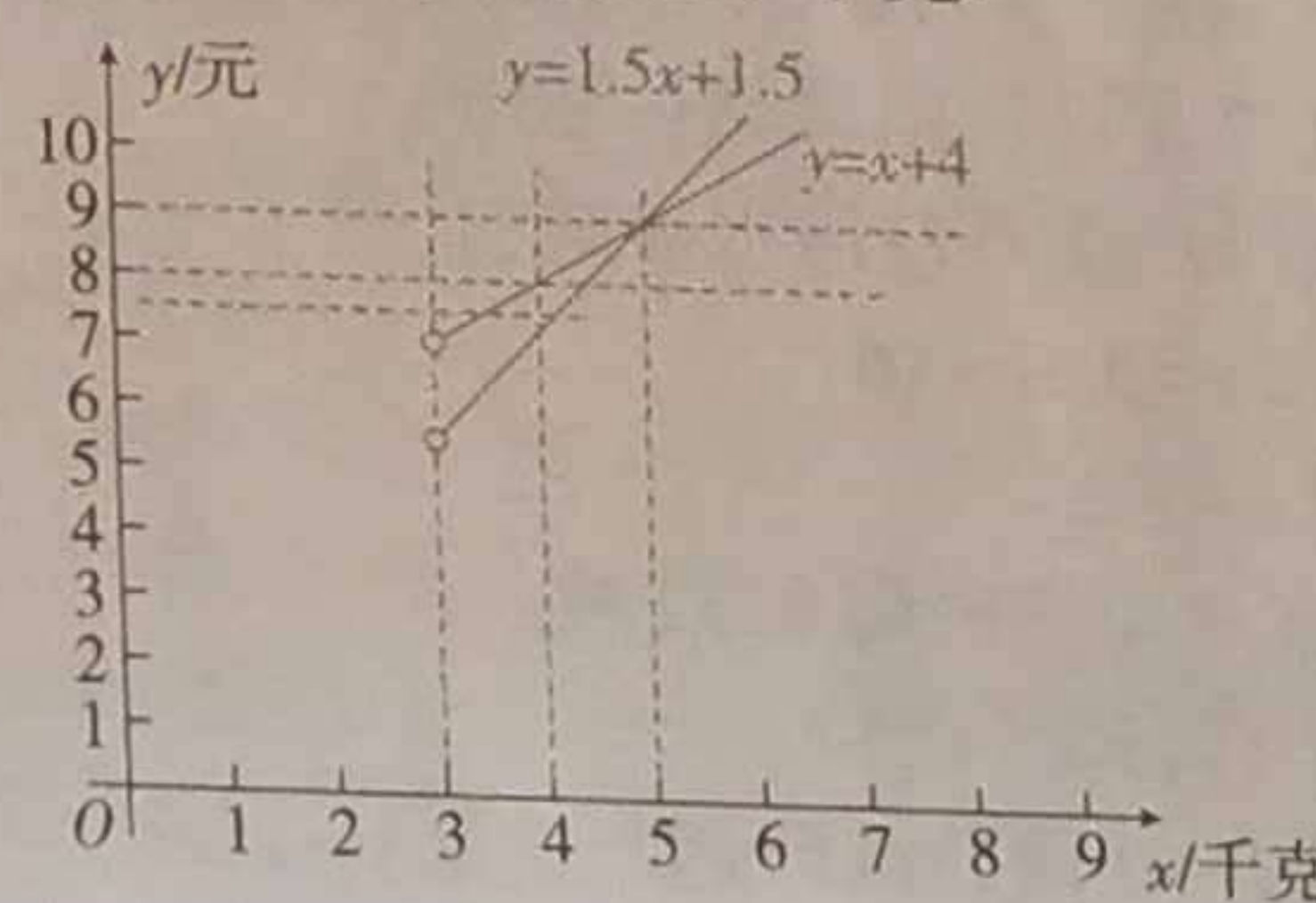
解得 $x=5$,

答: 两种付费方式所需邮递费用相同, 这箱物品的质量是 5 千克;

(3) 由题意可得: $(1.5x+1.5)-(x+4)=5$,

解得 $x=15$,

答: 这箱物品的质量是 15 千克.



5.解:(1) 当 $0 \leq x \leq 120$ 时, $y_1 = 38$;

当 $x > 120$ 时, $y_1 = 38 + 0.1(x-120) = 0.1x+26$,

∴ $y_1 = \begin{cases} 38 (0 \leq x \leq 120) \\ 0.1x+26 (x > 120) \end{cases}$;

(2) 由图象可知, 当月保底费为 58 元; 包通话时间 360 分钟; 超时费: $(70-58) \div (480-360) = 0.1$ (元),

故答案为: 58, 360, 0.1;

(3) 当 $x > 360$ 时, 设: $y_2 = kx+b$,

又 ∵ 图象过点 $(360, 58)$, $(480, 70)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} 360k+b=58 \\ 480k+b=70 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} k=0.1 \\ b=22 \end{cases}$,

∴ $y_2 = 0.1x+22$;

∴ $y_2 = \begin{cases} 58 (0 \leq x \leq 360) \\ 0.1x+22 (x > 360) \end{cases}$;

当 $y_1 = 58, 0.1x+26 = 58$,

解得 $x=320$,

∴ 当 $x=320$ 时, A、B 套餐所需费用一样多, 都比 C 套餐花费少;

当 $0 \leq x < 320$ 时, A 套餐所需费用最少;

当 $y_2 = 118$ 时, $0.1x+22 = 118$,

解得 $x=960$,

当 $x=960$ 时, B、C 套餐所需费用一样多, 都比 A 套餐花费少;

当 $320 < x < 960$ 时, B 套餐所需费用最少;

当 $x > 960$ 时, C 套餐所需费用最少;

综上所述: 当 $0 \leq x \leq 320$ 时, A 套餐所需费用最少;

当 $320 < x \leq 960$ 时, B 套餐所需费用最少;

当 $x > 960$ 时, C 套餐所需费用最少.

专题(十六) 中考中的一次函数中的分段函数的实际应用

1.解:(1) 当 $0 \leq t \leq 0.2$ 时, 设 $s=at$,

把 $(0.2, 3)$ 代入解析式得, $0.2a=3$,

解得: $a=15$,

∴ $s=15t$;

当 $t > 0.2$ 时, 设 $s=kt+b$,

把 $(0.2, 3)$ 和 $(0.5, 9)$ 代入解析式,

得 $\begin{cases} 0.5k+b=9 \\ 0.2k+b=3 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=20 \\ b=-1 \end{cases}$,

∴ $s=20t-1$,

∴ s 与 t 之间的函数表达式为 $s = \begin{cases} 15t (0 \leq t \leq 0.2) \\ 20t-1 (t > 0.2) \end{cases}$;

(2) 由(1)可知 $0 \leq t \leq 0.2$ 时, 乙骑行的速度为 15 km/h, 而甲的速度为 18 km/h, 则甲在乙前面;

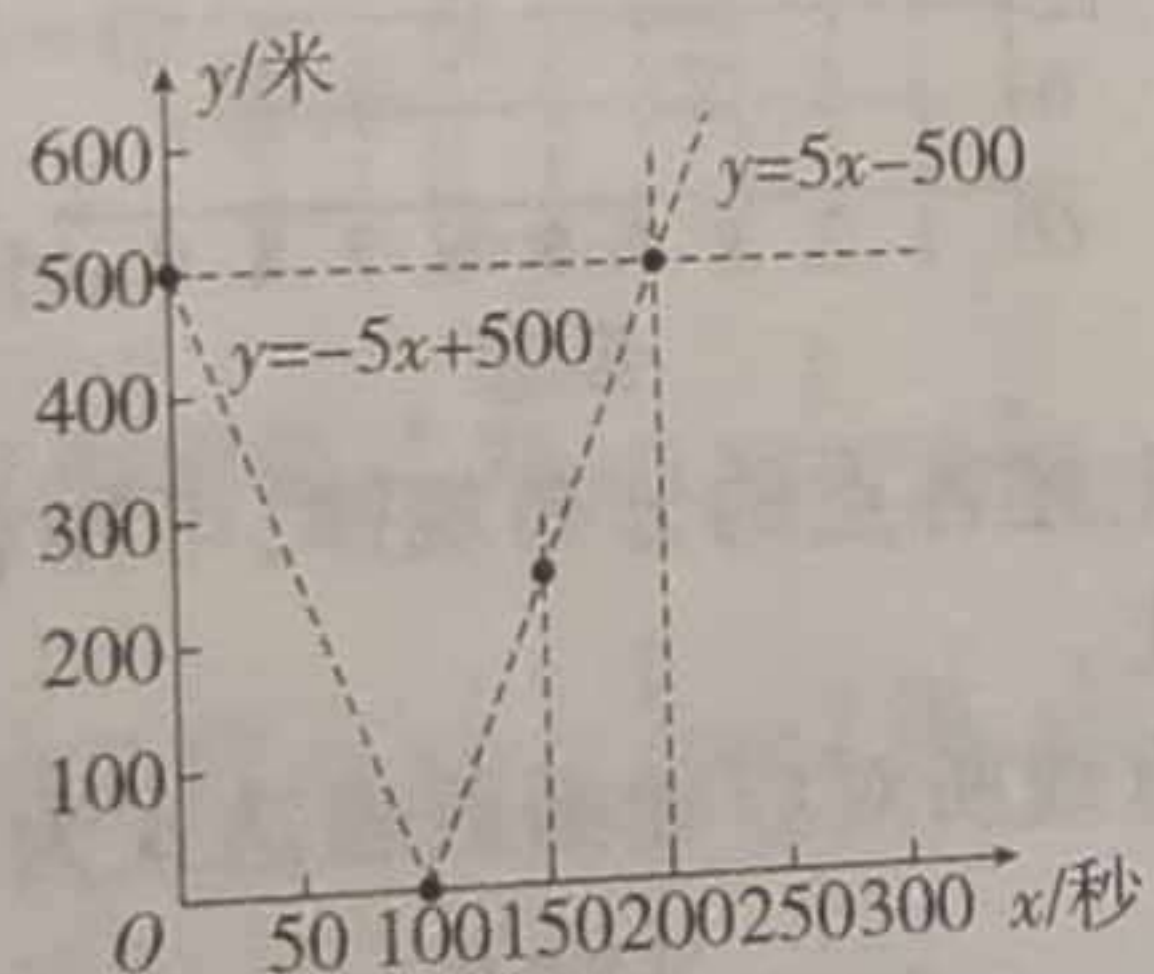
当 $t > 0.2$ 时, 乙骑行的速度为 20 km/h, 甲的速度为 18 km/h,

设 t 小时后, 乙骑行在甲的前面,

解: (1) 当 $0 \leq x \leq 16$ 时, $y = -20x + 320$,
当 $x = 14$ 时, $y = -20 \times 14 + 320 = 40$ (千克),
第 14 天小颖家草莓的日销售量是 40 千克.
(2) 当 $4 \leq x \leq 12$ 时, 设草莓价格 m 与 x 之间的函数关系式为 $m = kx + b$,
点 $(4, 24)$, $(12, 16)$ 在 $m = kx + b$ 的图象上,
 $\begin{cases} 4k + b = 24 \\ 12k + b = 16 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} k = -1 \\ b = 28 \end{cases}$,
函数解析式为 $m = -x + 28$.
(3) 当 $0 \leq x \leq 10$ 时, $y = 12x$,
当 $x = 8$ 时, $y = 12 \times 8 = 96$,
当 $x = 10$ 时, $y = 12 \times 10 = 120$;
当 $4 \leq x \leq 12$ 时, $m = -x + 28$,
当 $x = 8$ 时, $m = -8 + 28 = 20$,
当 $x = 10$ 时, $m = -10 + 28 = 18$,
第 8 天的销售金额为: $96 \times 20 = 1920$ (元),
第 10 天的销售金额为: $120 \times 18 = 2160$ (元),
 $2160 > 1920$,
第 10 天的销售金额多.
解: (I) 根据题意得: 小琪从学生公寓出发, 匀速步行了 12 min 到达离学生公寓 1.2 km 的阅览室,
离开学生公寓的时间为 8 min, 离学生公寓的距离是 $\frac{1.2}{12} \times 8 = 0.8$ (km),
由图象可知: 离开学生公寓的时间为 50 min, 离学生公寓的距离是 1.2 km,
离开学生公寓的时间为 112 min, 离学生公寓的距离是 2 km,
故答案为: 0.8, 1.2, 2;
(II) ① 阅览室到超市的距离为 $2 - 1.2 = 0.8$ (km),
故答案为: 0.8;
② 小琪从超市返回学生公寓的速度为 $\frac{2}{120 - 112} = 0.25$ (km/min),
故答案为: 0.25;
③ 当小琪从学生公寓出发, 离学生公寓的距离为 1 km 时, 他离开学生公寓的时间为 $\frac{1}{1.2 \div 12} = 10$ (min);
④ 小琪从超市出发, 离学生公寓的距离为 1 km 时, 他离开学生公寓的时间为 $112 + \frac{2 - 1}{0.25} = 116$ (min);

(III) 当 $0 \leq x \leq 12$ 时, $y = 0.1x$;
当 $12 < x \leq 82$ 时, $y = 1.2$;
当 $82 < x \leq 92$ 时, $y = 1.2 + \frac{2 - 1.2}{92 - 82}(x - 82) = 0.08x - 5.36$,
 $\therefore y = \begin{cases} 0.1x (0 \leq x \leq 12) \\ 1.2 (12 < x \leq 82) \\ 0.08x - 5.36 (82 < x \leq 92) \end{cases}$

4. 解: (1) $\therefore 500 \div (25 - 20) = 500 \div 5 = 100$ (秒),
 $\therefore$ 当 $x = 50$ 时, 两车相距: $20 \times 50 + 500 - 25 \times 50 = 1000 + 500 - 1250 = 250$ (米),
当 $x = 150$ 时, 两车相距: $25 \times 150 - (20 \times 150 + 500) = 3750 - (3000 + 500) = 3750 - 3500 = 250$ (米),
答: 当 $x = 50$ (秒) 时, 两车相距 250 米, 当 $x = 150$ (秒) 时, 两车相距 250 米;
(2) 由题意可得, 乙车追上甲车用的时间为: $500 \div (25 - 20) = 500 \div 5 = 100$ (秒),
 $\therefore$ 当 $0 \leq x \leq 100$ 时, $y = 20x + 500 - 25x = -5x + 500$,
当 $x > 100$ 时, $y = 25x - (20x + 500) = 25x - 20x - 500 = 5x - 500$,
由上可得, y 与 x 的函数关系式是 $y = \begin{cases} -5x + 500 (0 \leq x \leq 100) \\ 5x - 500 (x > 100) \end{cases}$;
(3) 在函数 $y = -5x + 500$ 中, 当 $x = 0$ 时, $y = -5 \times 0 + 500 = 500$, 当 $x = 100$ 时, $y = -5 \times 100 + 500 = 0$,
即函数 $y = -5x + 500$ 的图象过点 $(0, 500)$, $(100, 0)$;
在函数 $y = 5x - 500$ 中, 当 $x = 150$ 时, $y = 250$, 当 $x = 200$ 时, $y = 500$,
即函数 $y = 5x - 500$ 的图象过点 $(150, 250)$, $(200, 500)$,
画出 (2) 中所求函数的图象如右图所示.



专题十七 中考中一次函数中的最值问题的实际应用

1. 解: (1) 当 $0 \leq x \leq 100$ 时, 设 y 与 x 之间的函数关系式是 $y = kx$,
 $100k = 2400$,
解得: $k = 24$,
 $\therefore$ 当 $0 \leq x \leq 100$ 时, y 与 x 之间的函数关系式是 $y = 24x$,

当 $x > 100$ 时, 设 y 与 x 之间的函数关系式是 $y = ax + b$,
 $\begin{cases} 100a + b = 2400 \\ 150a + b = 3300 \end{cases}$,
解得: $\begin{cases} a = 18 \\ b = 600 \end{cases}$,
 $\therefore$ 当 $x > 100$ 时, y 与 x 之间的函数关系式是 $y = 18x + 600$,
 $\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式是: $y = \begin{cases} 24x (0 \leq x \leq 100) \\ 18x + 600 (x > 100) \end{cases}$;

(2) 设总费用为 w 元,
 $\therefore$ 两种图书均不少于 100 本,
 $\therefore 100 \leq x \leq 300$,
 $\therefore w = 18x + 600 + 20(400 - x) = -2x + 8600$,
 $\therefore -2 < 0$,
 $\therefore w$ 随 x 的增大而减小,
 $\therefore$ 当 $x = 300$ 时, w 最小为 $-2 \times 300 + 8600 = 8000$,
 $\therefore$ 应购买甲种图书 300 本, 乙种图书 100 本, 才能使总费用最少, 最少是 8000 元.

2. 解: (1) 当 $0 \leq x \leq 2000$ 时, 设 $y = k'x$, 根据题意可得, $2000k' = 30000$,
解得 $k' = 15$,
 $\therefore y = 15x$;
当 $x > 2000$ 时, 设 $y = kx + b$,

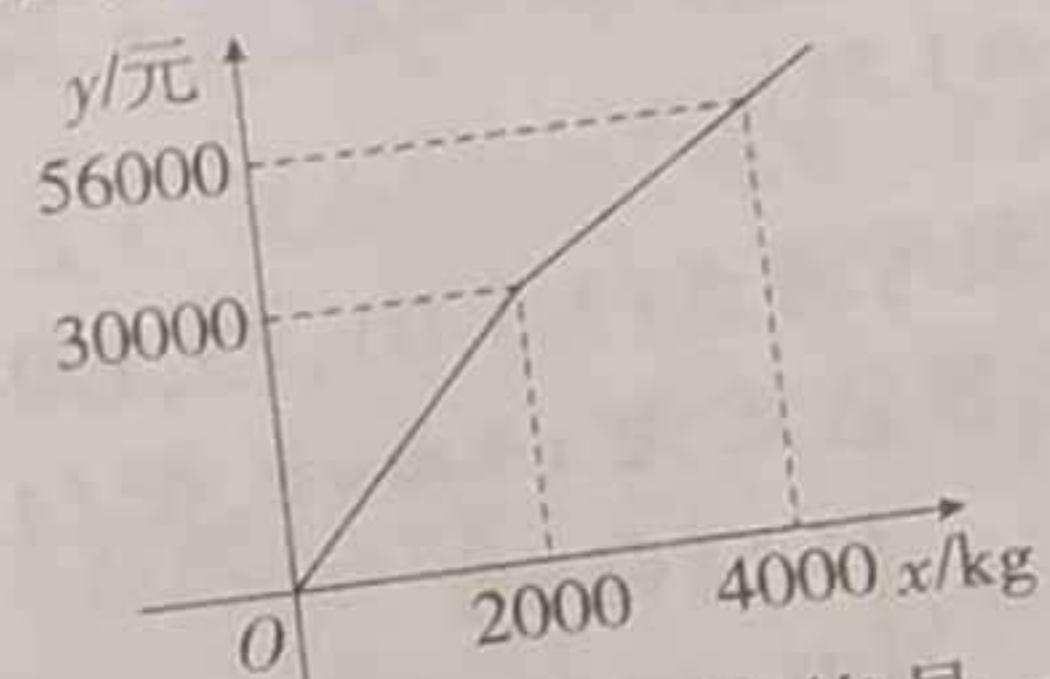
根据题意可得, $\begin{cases} 2000k + b = 30000 \\ 4000k + b = 56000 \end{cases}$,
解得: $\begin{cases} k = 13 \\ b = 4000 \end{cases}$,
 $\therefore y = 13x + 4000$.

$\therefore y = \begin{cases} 15x (0 \leq x \leq 2000) \\ 13x + 4000 (x > 2000) \end{cases}$

(2) 根据题意可知, 购进甲种产品 $(6000 - x)$ 千克,
 $\therefore 1600 \leq x \leq 4000$,
当 $1600 \leq x \leq 2000$ 时, $w = (12 - 8) \times (6000 - x) + (18 - 15) \cdot x = -x + 24000$,
 $\therefore -1 < 0$,
 $\therefore$ 当 $x = 1600$ 时, w 的最大值为 $-1 \times 1600 + 24000 = 22400$ (元);
当 $2000 < x \leq 4000$ 时, $w = (12 - 8) \times (6000 - x) + 18x - (13x + 4000) = x + 20000$,
 $\therefore 1 > 0$,
 $\therefore$ 当 $x = 4000$ 时, w 的最大值为 $4000 + 20000 = 24000$ (元),
综上, $w = \begin{cases} -x + 24000 (1600 \leq x \leq 2000) \\ x + 20000 (2000 < x \leq 4000) \end{cases}$;
当购进甲产品 2000 千克, 乙产品 4000 千克

时, 利润最大为 24000 元.

(3) 根据题意可知, 降价后, $w = (12 - 8 - a) \times (6000 - x) + (18 - 2a)x - (13x + 4000) = (1 - a)x + 20000 - 6000a$,
当 $x = 4000$ 时, w 取得最大值,
 $\therefore (1 - a) \times 4000 + 20000 - 6000a \geq 15000$, 解得 $a \leq 0.9$,
 $\therefore a$ 的最大值为 0.9.



3. 解: (1) 设甲种树苗每棵的价格是 x 元, 乙种树苗每棵的价格是 y 元,
根据题意得: $\begin{cases} 20x + 16y = 1280 \\ x - y = 10 \end{cases}$,
解得: $\begin{cases} x = 40 \\ y = 30 \end{cases}$,
答: 甲种树苗每棵的价格是 40 元, 乙种树苗每棵的价格是 30 元;

(2) 购买甲种树苗 25 棵, 乙种树苗 75 棵, 花费最少, 理由如下:
设购买两种树苗共花费 w 元, 购买甲种树苗 m 棵, 则购买乙种树苗 $(100 - m)$ 棵,
 $\therefore$ 购买乙种树苗的数量不超过甲种树苗的 3 倍,
 $\therefore 100 - m \leq 3m$,
解得 $m \geq 25$,
根据题意: $w = 40m + 30(100 - m) = 10m + 3000$,
 $\therefore 10 > 0$,
 $\therefore w$ 随 m 的增大而增大,
 $\therefore m = 25$ 时, w 取最小值, 最小值为 $10 \times 25 + 3000 = 3250$ (元),
此时 $100 - m = 75$,
答: 购买甲种树苗 25 棵, 乙种树苗 75 棵, 花费最少.

4. 解: (1) 设乙种水果的进价为 x 元, 则甲种水果的进价为 $(1 - 20\%)x$ 元,
由题意得: $\frac{1000}{(1 - 20\%)x} = \frac{1200}{x} + 10$,
解得: $x = 5$,
经检验: $x = 5$ 是原方程的解, 且符合题意,
则 $5 \times (1 - 20\%) = 4$,
答: 甲种水果的进价为 4 元, 则乙种水果的进价为 5 元;
(2) 设购进甲种水果 m 千克, 则乙种水果 $(150 - m)$ 千克, 利润为 w 元,

由题意得: $w = (6 - 4)m + (8 - 5)(150 - m) = -m + 450$,

$\therefore$ 甲种水果的重量不低于乙种水果重量的 2 倍,
 $\therefore m \geq 2(150 - m)$,
解得: $m \geq 100$,
 $\therefore -1 < 0$, 则 w 随 m 的增大而减小,
 $\therefore$ 当 $m = 100$ 时, w 最大, 最大值 $= -100 + 450 = 350$,

则 $150 - m = 50$,
答: 购进甲种水果 100 千克, 乙种水果 50 千克才能获得最大利润, 最大利润为 350 元.

5. 解: (1) $y = 900x + 1200(10 - x) = -300x + 12000$,
 $\therefore y = -300x + 12000$;

(2) 根据题意, 得 $-300x + 12000 \leq 11800$,

解得: $x \geq \frac{2}{3}$,

$\therefore x$ 应为正整数, $\therefore x \geq 1$,
 $\therefore A$ 型客车至少需租 1 辆;

(3) 根据题意, 得 $16x + 22(10 - x) \geq 200$,

解得 $x \leq \frac{10}{3}$,

结合 (2) 的条件, $\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{10}{3}$,

$\therefore x$ 应为正整数,

$\therefore x$ 取 1, 2, 3,

$\therefore$ 租车方案有 3 种,

方案一: A 型客车租 1 辆, B 型客车租 9 辆;

方案二: A 型客车租 2 辆, B 型客车租 8 辆;

方案三: A 型客车租 3 辆, B 型客车租 7 辆;

$\therefore y = -300x + 12000, k < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 当 $x = 3$ 时, 函数值 y 最小,

$\therefore$ 最省钱的租车方案是 A 型客车租 3 辆, B 型客车租 7 辆.

6. 解: (1) 设甲种货车用了 x 辆, 则乙种货车用了 $(24 - x)$ 辆,

根据题意得: $16x + 12(24 - x) = 328$,

解得 $x = 10$,

$\therefore 24 - x = 24 - 10 = 14$,

答: 甲种货车用了 10 辆, 乙种货车用了 14 辆;

(2) ① 根据题意得:

$w = 1200t + 1000(12 - t) + 900(10 - t) + 750[14 - (12 - t)] = 50t + 22500$

$\therefore w$ 与 t 之间的函数解析式是 $w = 50t + 22500$;

②: $\begin{cases} t \geq 0 \\ 12 - t \geq 0 \\ 10 - t \geq 0 \\ 14 - (12 - t) \geq 0 \end{cases}$

$\therefore 0 \leq t \leq 10$,
 $\therefore$ 前往 A 地的甲、乙两种货车共 12 辆, 所运物资不少于 160 吨,
 $\therefore 16t + 12(12-t) \geq 160$,
 解得 $t \geq 4$,
 $\therefore 4 \leq t \leq 10$,
 在 $w = 50t + 22500$ 中,
 $\therefore 50 > 0$, $\therefore w$ 随 t 的增大而增大,
 $\therefore t = 4$ 时, w 取最小值, 最小值是 $50 \times 4 + 22500 = 22700$ (元),
 答: 当 t 为 4 时, w 最小, 最小值是 22700 元.

专题(十八) 中考中的一次函数的实际应用问题

1. 解: (1) 由图象可知, 小丽步行的速度为 $\frac{2400}{30} = 80$ (m/min),
 故答案为: 80;
 (2) 由图象可得, 小华骑自行车的速度是 $\frac{2400}{20} = 120$ (m/min),
 $\therefore$ 出发后需要 $\frac{2400}{120+80} = 12$ (min) 两人相遇,
 $\therefore$ 相遇时小丽所走的路程为 $12 \times 80 = 960$ (m),
 即当两人相遇时, 他们到甲地的距离是 960m.
 2. 解: (1) 甲的速度为: $300 \div 5 = 60$ (km/h),
 故答案为: 60;
 (2) 由 (1) 可知, $y_{\text{甲}}$ 与 x 之间的函数解析式为 $y_{\text{甲}} = 60x$ ($0 \leq x \leq 5$);
 设 $y_{\text{乙}}$ 与 x 之间的函数解析式为 $y_{\text{乙}} = kx + b$, 根据题意得: $\begin{cases} k+b=0 \\ 4k+b=300 \end{cases}$,
 解得 $\begin{cases} k=100 \\ b=-100 \end{cases}$,
 $\therefore y_{\text{乙}} = 100x - 100$ ($1 \leq x \leq 4$);
 (3) 根据题意, 得 $60x = 100x - 100$,
 解得 $x = 2.5$,
 $60 \times 2.5 = 150$ (km),
 $\therefore$ 点 C 的坐标为 (2.5, 150),
 故点 C 的实际意义是甲车出发 2.5 小时后被乙车追上, 此时两车行驶了 150 km.
 3. 解: (1) 由题意知: $m = 200 \div 100 = 2$,
 $n = m + 4 = 2 + 4 = 6$,
 故答案为: 2, 6;
 (2) 设 $y = kx + b$, 将 (2, 200), (6, 440) 代入得: $\begin{cases} 2k+b=200 \\ 6k+b=440 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=60 \\ b=80 \end{cases}$,
 $\therefore y = 60x + 80$, ($2 \leq x \leq 6$);
 (3) 乙车的速度为 $(440 - 200) \div 2 = 120$ (千米/

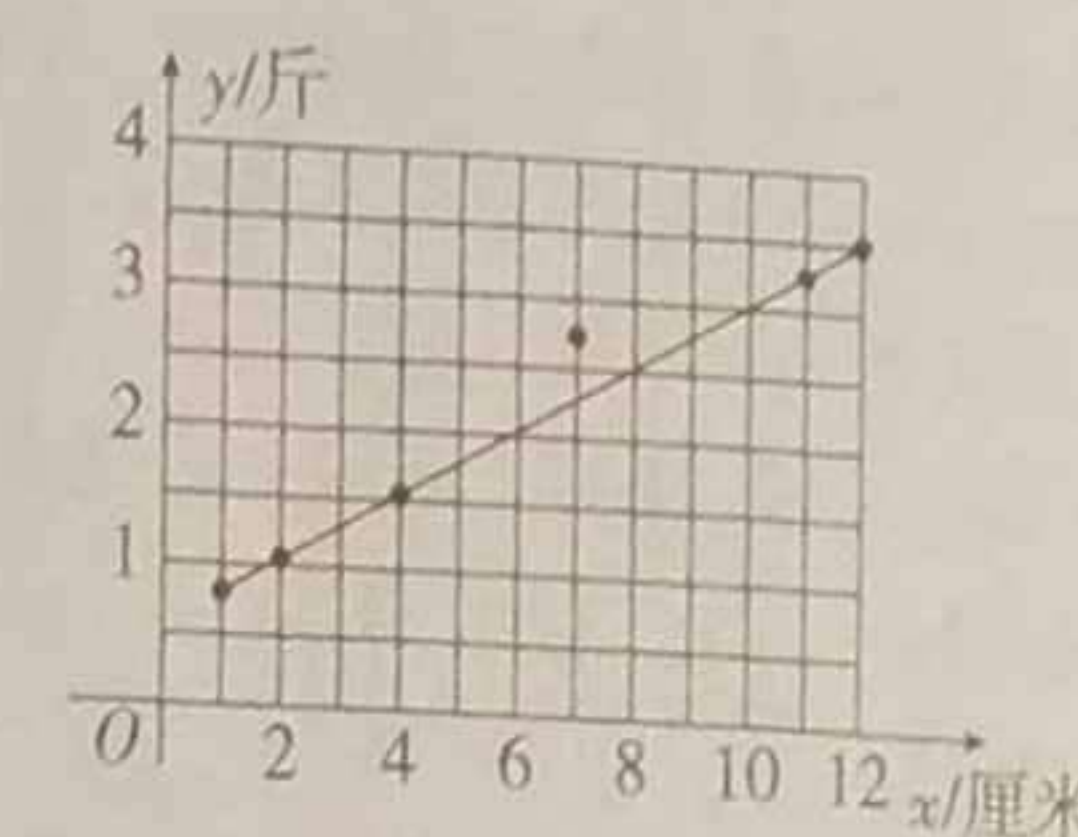
- 小时),
 $\therefore$ 乙车到达 A 地所需时间为 $440 \div 120 = \frac{11}{3}$ (小时),
 当 $x = \frac{11}{3}$ 时, $y = 60 \times \frac{11}{3} + 80 = 300$,
 $\therefore$ 甲车距 A 地的路程为 300 千米.
 4. 解: (1) $\therefore$ 货车的速度是 60 km/h,
 $\therefore a = \frac{90}{60} = 1.5$ (h);
 (2) 由图象可得点 (1.5, 0), (3, 150),
 设直线的表达式为 $s = kt + b$, 把 (1.5, 0), (3, 150) 代入得: $\begin{cases} 1.5k+b=0 \\ 3k+b=150 \end{cases}$,
 解得 $\begin{cases} k=100 \\ b=-150 \end{cases}$,
 $\therefore s = 100t - 150$;
 (3) 由图象可得货车走完全程需要 $\frac{330}{60} + 0.5 = 6$ (h),
 $\therefore$ 货车到达乙地需 6h,
 $\therefore s = 100t - 150, s = 330$,
 解得 $t = 4.8$,
 $\therefore$ 两车相差时间为 $6 - 4.8 = 1.2$ (h),
 $\therefore$ 货车还需要 1.2h 才能到达,
 即轿车比货车早 1.2h 到达乙地.
 5. 解: (1) 根据题意可知 $D(1, 800), E(2, 800)$,
 $\therefore$ 乙的速度为: $800 \div 1 = 800$ (米/分钟),
 $\therefore$ 乙从 B 地到 C 地用时: $2400 \div 800 = 3$ (分钟),
 $\therefore G(6, 2400)$,
 $\therefore H(8, 2400)$,
 $\therefore$ 甲的速度为 $2400 \div 8 = 300$ (米/分钟),
 故答案为: 300; 800;
 (2) 设直线 FG 的解析式为: $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 且由图象可知 $F(3, 0)$,
 由 (1) 知 $G(6, 2400)$,
 $\therefore \begin{cases} 3k+b=0 \\ 6k+b=2400 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=800 \\ b=-2400 \end{cases}$,
 $\therefore$ 直线 FG 的解析式为: $y = 800x - 2400$ ($3 \leq x \leq 6$).
 (3) 由题意可知, AB 相距 800 米, BC 相距 2400 米,
 $\therefore O(0, 0), H(8, 2400)$,
 $\therefore$ 直线 OH 的解析式为: $y = 300x$,
 $\therefore D(1, 800)$,
 $\therefore$ 直线 OD 的解析式为: $y = 800x$,
 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, 甲从 B 地骑电瓶车到 C 地, 同时乙从 B 地骑摩托车到 A 地, 即甲乙朝相反方向走,

- $\therefore$ 令 $800x + 300x = 600$, 解得 $x = \frac{6}{11}$,
 $\therefore$ 当 $2 \leq x \leq 3$ 时, 甲从 B 地继续往 C 地走, 乙从 A 地往 B 地走,
 $\therefore 300x + 800 - 800(x-2) = 600$ 解得 $x = \frac{18}{5}$ (不合题意, 舍去)
 $\therefore$ 当 $x > 3$ 时, 甲从 B 地继续往 C 地走, 乙从 B 地往 C 地走,
 $\therefore 300x + 800 - 800(x-2) = 600$ 或 $800(x-2) - (300x + 800) = 600$,
 解得 $x = \frac{18}{5}$ 或 $x = 6$.
 综上, 出发 $\frac{6}{11}$ 分钟或 $\frac{18}{5}$ 分钟或 6 分钟后, 甲乙两人之间的路程相距 600 米.
 6. 解: (1) 由图象得 $x=0$ 时 $y=20$,
 $\therefore$ 加热前水温是 20°C ,
 故答案为: 20.
 (2) 设乙壶中水温 y 关于加热时间 x 的函数解析式为 $y = kx + b$,
 将 (0, 20), (160, 80) 代入 $y = kx + b$ 得 $\begin{cases} 20=b \\ 80=160k+b \end{cases}$,
 解得 $\begin{cases} k=\frac{3}{8} \\ b=20 \end{cases}$, $\therefore y = \frac{3}{8}x + 20$.
 (3) 甲水壶的加热速度为 $(60-20) \div 80 = \frac{1}{2}^\circ\text{C}/\text{s}$,
 $\therefore$ 甲水壶中温度为 80°C 时, 加热时间为 $(80-20) \div \frac{1}{2} = 120$ s,
 将 $x = 120$ 代入 $y = \frac{3}{8}x + 20$ 得 $y = 65$,
 故答案为: 65.
 7. 解: (1) 由题意可知, 乙槽在注入水的过程中, 由于有圆柱铁块在内, 所以水的高度出现变化,
 $\therefore$ EDC 表示的是乙槽的水深与注水时间的关系;
 $\therefore$ 甲槽的水是匀速外倒,
 $\therefore$ 线段 AB 表示甲槽水深与注水时间的关系;
 折线 EDC 中, 在 D 点表示乙槽水深 16cm, 也就是铁块的高度 16cm;
 故答案为: 乙, 甲, 16;
 (2) 由图象可知, 两个水槽深度相同时, 线段 ED 与线段 AB 相交,
 设 AB 的解析式为 $y = kx + b$,

- 将点 (0, 14), (7, 0) 代入,
 得 $\begin{cases} b=14 \\ 7k+b=0 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-2 \\ b=14 \end{cases}$,
 $\therefore y = -2x + 14$;
 设 ED 的解析式为 $y = mx + n$,
 将点 (0, 4), (4, 16) 代入,
 得 $\begin{cases} n=4 \\ 4m+n=16 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} m=3 \\ n=4 \end{cases}$,
 $\therefore y = 3x + 4$;
 联立方程组 $\begin{cases} y = -2x + 14 \\ y = 3x + 4 \end{cases}$, $\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=10 \end{cases}$,
 $\therefore$ 注水 2 分钟, 甲、乙两个水槽的水深度相同.
 8. 解: (1) 由题意可得, $y_{\text{甲}} = 0.85x$,
 当 $0 \leq x \leq 300$ 时, $y_{\text{乙}} = x$,
 当 $x > 300$ 时, $y_{\text{乙}} = 300 + (x - 300) \times 0.7 = 0.7x + 90$,
 则 $y_{\text{乙}} = \begin{cases} x & (0 \leq x \leq 300) \\ 0.7x + 90 & (x > 300) \end{cases}$;
 (2) 令 $0.85x = 0.7x + 90$,
 解得 $x = 600$,
 将 $x = 600$ 代入 $0.85x$ 得, $0.85 \times 600 = 510$,
 即点 A 的坐标为 (600, 510);
 (3) 由图象可得,
 当 $x < 600$ 时, 去甲体育专卖店购买体育用品更合算; 当 $x = 600$ 时, 两家体育专卖店购买体育用品一样合算; 当 $x > 600$ 时, 去乙体育专卖店购买体育用品更合算.
 9. 解: 【探索发现】①如图②,

 ②观察上述各点的分布规律, 可知它们在同一条直线上,
 设这条直线所对应的函数表达式为 $y = kx + b$,
 则 $\begin{cases} b=6 \\ 2k+b=18 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=6 \\ b=6 \end{cases}$,
 $\therefore y = 6x + 6$;
 【结论应用】应用上述发现的规律估算:
 ① $x = 12$ 时, $y = 6 \times 12 + 6 = 78$,
 $\therefore$ 供水时间达到 12 小时时, 箭尺的读数为 78 厘米;
 ② $y = 90$ 时, $6x + 6 = 90$, 解得: $x = 14$,
 $\therefore$ 供水时间为 14 小时,

$\therefore$ 本次实验记录的开始时间是上午 8:00, $8 + 14 = 22$,
 $\therefore$ 当前尺读数为 90 厘米时是 22 点钟.
 10. 解: (1) 观察图象可知: $x = 4, y = 2$ 这组数据错误.



- 故答案为: (4, 2).
 (2) ①根据所画的图形, 当秤杆上秤砣到秤纽的水平距离 x 每增加 1 厘米时, 秤钩所挂物重 y 的具体变化是增加 $\frac{1}{4}$;
 ②当 $x = 14$ 时, $y = \frac{1}{4} \times 14 + \frac{1}{2} = 4$,
 $\therefore$ 秤杆上秤砣到秤纽的水平距离为 14 厘米时, 秤钩所挂物重是 4 斤;
 ③由 (1) 的图象可知, y 与 x 的关系满足一次函数,
 $\therefore$ 设 y 与 x 的函数解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),
 把 $x = 1, y = 0.75, x = 2, y = 1$ 代入可得: $\begin{cases} k+b=0.75 \\ 2k+b=1 \end{cases}$,
 解得 $\begin{cases} k=\frac{1}{4} \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$,
 $\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式是 $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$;
 故答案为: ①增加 $\frac{1}{4}$; ②4; ③ $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$.
 (3) 当 $y = 5.50$ 时, $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} = 5.50$,
 解得 $x = 20$,
 $\therefore$ 当秤钩所挂物重为 5.50 斤时, 秤杆上秤砣到秤纽的水平距离是 20 厘米.

专题(十九) 一次函数图象与几何变换

1. 解: (1) $\therefore$ 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象是由函数 $y = 2x$ 的图象向下平移 5 个单位得到的,
 $\therefore k = 2, b = -5$;
 (2) 由 (1) 知, 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的解析式为 $y = 2x - 5$,
 令 $x = 0$, 则 $y = -5$,
 令 $y = 0$, 则 $x = \frac{5}{2}$,

【考点分层训练】

针对练习

1.C 2.D 3.A 4.A 5.600 6.144 7.1

8. $-2a+3$

9.解:该同学这五次投实心球的平均成绩为

$$\frac{10.5+10.2+10.3+10.6+10.4}{5}=10.4(\text{m}).$$

10.解:(1)∵八位同学的得分如下:

+8, +3, -3, -11, +4, +9, -5, -1,

∴这八位同学本次数学竞赛的平均分是

$$90+\frac{1}{8}(8+3-3-11+4+9-5-1)=90.5(\text{分}).$$

(2)∵得分95以上可以获得一等奖,

∴获得一等奖的只有得98分和99分的两名同学,

$$\therefore \text{这八位同学获得一等奖的百分比是} \frac{2}{8} \times 100\% = 25\%.$$

针对练习

11.C 12.D 13.B 14.60

15.解:小明的成绩为:

$$\frac{5 \times 70 + 2 \times 60 + 86 \times 3}{5+2+3} = 72.8;$$

小凯的成绩为:

$$\frac{90 \times 5 + 75 \times 2 + 51 \times 3}{5+2+3} = 75.3,$$

小凯的成绩高,所以小凯将被录取.

$$16. \text{解:}(1) \bar{x}_{\text{平时}} = \frac{106+102+115+109}{4} = 108(\text{分}).$$

答:洋洋该学期的数学平时平均成绩为108分.

(2)洋洋该学期的数学总评成绩为:

$$108 \times 10\% + 112 \times 30\% + 110 \times 60\% = 110.4(\text{分}).$$

17.解:(1)甲的成绩为:

$$85 \times 20\% + 83 \times 30\% + 90 \times 50\% = 86.9(\text{分}),$$

乙的成绩为:

$$80 \times 20\% + 85 \times 30\% + 92 \times 50\% = 87.5(\text{分}).$$

∵ $87.5 > 86.9$,

∴乙会竞选上.

(2)甲的成绩为:

$$\frac{85 \times 2 + 83 \times 1 + 90 \times 2}{2+1+2} = 86.6(\text{分}),$$

乙的成绩为:

$$\frac{80 \times 2 + 85 \times 1 + 92 \times 2}{2+1+2} = 85.8(\text{分}).$$

∵ $86.6 > 85.8$,

∴甲会竞选上.

【知识清单】

1.两个端点 平均数 组中值 权

2.样本平均数

【考点分层训练】

针对练习

1.B

2.解:50名学生平均每人一周内做家务所用时间

$$= \frac{8 \times 0.5 + 14 \times 1.5 + 20 \times 2.5 + 8 \times 3.5 + 2 \times 4.5}{50} = 2.1$$

(小时),故答案为2.1小时.

3.14

4.解:(1)参加测试的总人数有

$$3+16+12+9=40(\text{人}).$$

(2)∵频数最大一组为1.14~1.24,

$$\therefore \text{组中值为} (1.14+1.24) \div 2 = 1.19(\text{m}).$$

(3)组距为: $1.14-1.04=0.1(\text{m}).$

5.解:(1)总人数为

$$5+8+11+16+6=46(\text{人});$$

一共分成5组,组距是: $65-55=10.$

(2)分布两端虚设的频数为0的是:40~50和100~110两组,它们的组中值分别是45分和105分.

(3)这次数学测试成绩的平均数为

$$\frac{5 \times 55 + 8 \times 65 + 11 \times 75 + 16 \times 85 + 6 \times 95}{46} \approx 77.2(\text{分}).$$

针对练习

6.C 7.C 8.B 9.60 13

10.解:(1) $15 \div 30\% = 50(\text{人}).$

答:该样本的容量是50.

(2) $30\% \times 360^\circ = 108^\circ.$

(3)捐15元的人数为 $50-15-25=10(\text{人}),$

$$\frac{15 \times 5 + 25 \times 10 + 10 \times 15}{50} \times 800 = 7600(\text{元}).$$

答:八年级捐款总数大约为7600元.

11.解:(1)该店本周的日平均营业额为

$$7560 \div 7 = 1080(\text{元}).$$

(2)因为在周一至周日的营业额中,周六、日的营业额明显高于其他五天的营业额,所以去掉周六、日的营业额对平均数的影响较大,

故用该店本周星期一到星期五的日平均营业额估计当月的营业总额不合理.

方案:用该店本周到周日的日均营业额估计当月营业额,估计当月的营业额为 $30 \times 1080 = 32400(\text{元}).$

12.解:(1)∵扇形图可知第三组所占比例为32%,又因为第三组有8人,∴ $8 \div 32\% = 25(\text{人}).$

(2)组中值从上到下依次填95,85,75,65;频数从上到下依次填10,15,25,30.

$$(3) \bar{x} = \frac{95 \times 4 + 85 \times 10 + 75 \times 25 + 65 \times 30}{10+15+25+30} = 81(\text{分}).$$

20.1.2

第一课时

【知识清单】

1.中间 平均数

2.最多

【考点分层训练】

针对练习

1.B 2.B 3.B 4.5 5.15

6.解:(1)表格中5个数据按从小到大的顺序排列为1200,1200,1300,1300,1500.

所以中位数是1300.

(2)平均每天需要租用自行车而未租到车的人数:

$$(1500+1200+1200+1300+1300) \div 5 = 1300.$$

∵YC市首批一次性投放公共自行车700辆供市民租用出行,

∴平均每天需要租用公共自行车的人数是 $1300+700=2000.$

7.解:(1)60 2 57.5 4 (2)乙 甲

(3)从折线图上看出,两名运动员体能测试成绩都呈上升的趋势,但是乙的增长速度比甲快,并且后一阶段乙的成绩合格的次数比甲多,所以乙训练的效果较好.(合理即可)

针对练习

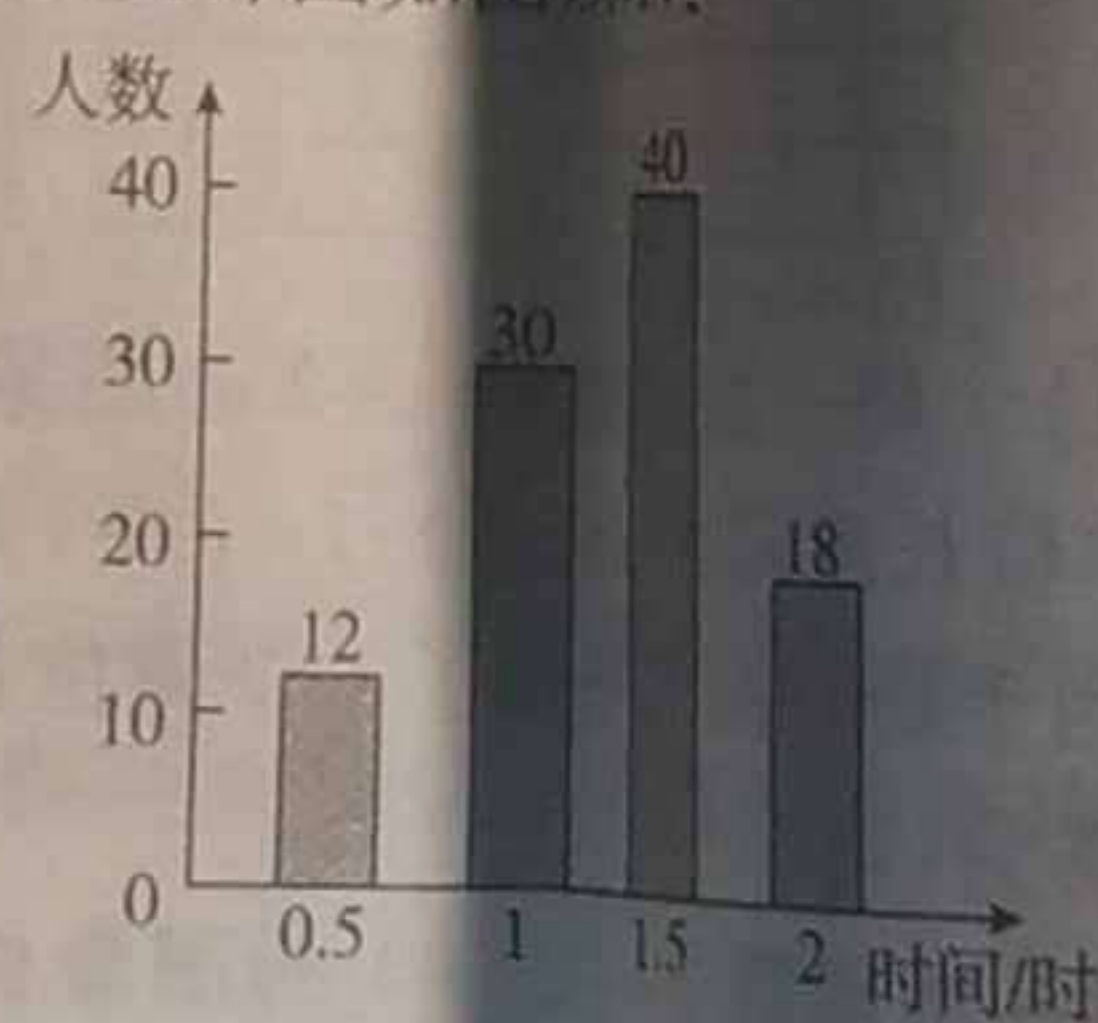
8.B 9.C 10.B 11.C 12.8 13.1

14.解:(1)根据题意得: $30 \div 30\% = 100(\text{人}),$

∴学生劳动时间为“1.5小时”的人数为

$$100 - (12+30+18) = 40(\text{人}).$$

补全条形统计图如图所示:



(2)根据题意得: $\frac{40}{100} \times 360^\circ = 144^\circ,$

则扇形图中的“1.5小时”部分圆心角是 $144^\circ.$

(3)根据题意得:抽查的学生劳动时间的众数为1.5小时,中位数为1.5小时.

15.解:(1)

姓名	平均成绩(分)	中位数(分)	众数(分)
小王	80	75	75
小李	80	80	80

(2)如果只考虑获奖,选择小李,因为小李80分及以上的次数比小王多;如果考虑获得一等奖,选择小王,因为小王90分及以上的次数比小李多.

【知识清单】

1.集中趋势 2.极端值

3.某些数据多次重复出现 极端值

4.极端值

【考点分层训练】

针对练习

1.B 2.B 3.D 4.B 5.A

6.中位数 7.47 47 8.众数 中位数 平均数

9.解:(1)平均数:10;众数:8;中位数:9.

(2)确定每人标准日产量为9台比较恰当.

10.解:(1)小明成绩的平均数是

$$\frac{89+67+89+92+96}{5} = 86.6;$$

按从小到大的顺序排列得到第3个数为89,所以中位数是89;

出现次数最多的是89,所以众数是89.

同理得到:小红成绩的平均数是84.2,中位数是89,众数是92.

因此小明认为他的成绩比小红好的理由是:他的平均分比小红高;而小红认为她的成绩比小明高的理由是:她成绩的众数比小明高.

(2)小明的成绩更好些.理由:

因为小明成绩的平均数高于小红成绩的平均数,而且小明每次的成绩都不低于小红的成绩.

11.解:(1)3 3 表示这部分出行学生这天约有一半使用共享单车的次数在3次以上(或3次)

$$(2) \bar{x} = \frac{0 \times 11 + 1 \times 15 + 2 \times 23 + 3 \times 28 + 4 \times 18 + 5 \times 5}{11+15+23+28+18+5}$$

$$\approx 2(\text{次}).$$

答:这天部分出行学生平均每人使用共享单车约2次.

$$(3) 1500 \times \frac{28+18+5}{11+15+23+28+18+5} = 765(\text{人}).$$

答:估计这天使用共享单车次数在3次以上(含3次)的学生有765人.

12.解:(1)21

(2)

	平均数(分)	中位数(分)	众数(分)
一班	87.6	90	90
二班	87.6	80	100

(3)①从平均数的角度看两班成绩一样,从中

位数的角度看一班比二班的成绩好,所以一班成绩好;

②从平均数的角度看两班成绩一样,从众数的角度看二班比一班的成绩好,所以二班成绩好;

③从B级以上(包括B级)的人数的角度看,一班人数是18人,二班人数是12人,所以一班成绩好.

20.2 数据的波动程度

第一课时 方差的意义

【知识清单】

$$1. \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2] \text{ 波动的大小 } s^2$$

2.大 小

【考点分层训练】

针对练习

1.D 2.B 3.C 4.D 5.A 6.D 7.A 8.D

9.0 10.2

11.2 解析:由平均数的公式得:

$$(1+2+0-1+x) \div 5 = 1,$$

解得 $x=3;$

$$\text{则方差 } s^2 = [(1-1)^2 + (2-1)^2 + (0-1)^2 + (-1-1)^2 + (3-1)^2] \div 5 = 2.$$

12.17 48

$$13. \text{解:}(1) \bar{x} = \frac{0+1-2-1+0-1+3}{7} = 0.$$

(2)所选数据为1,-2,-1,-1,3.

理由:其和为0,则平均数为0,各数相对平均数0的波动比第一组大,故方差大.

14.D 15.A 16.B 17.乙

$$18. \text{解:}(1) \bar{x}_{\text{甲}} = \frac{1}{6} (5+6+8+7+9+7) = 7,$$

$$\bar{x}_{\text{乙}} = \frac{1}{6} (3+6+7+9+10+7) = 7.$$

$$(2) s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{6} [(5-7)^2 + (6-7)^2 + (8-7)^2 + (7-7)^2 + (9-7)^2 + (7-7)^2] = \frac{5}{3},$$

$$s_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{6} [(3-7)^2 + (6-7)^2 + (7-7)^2 + (9-7)^2 + (10-7)^2 + (7-7)^2] = 5.$$

∵ $s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2$, ∴ 甲的工作业绩较稳定.

19.解:(1)甲的平均成绩

$$a = \frac{5 \times 1 + 6 \times 2 + 7 \times 4 + 8 \times 2 + 9 \times 1}{1+2+4+2+1} = 7(\text{环}).$$

∴乙射击的成绩从小到大重新排列为:3,4,6,7,7,8,8,8,9,10,

∴ 乙射击成绩的中位数 $b = \frac{7+8}{2} = 7.5$ (环),

其方差 $c = \frac{1}{10} \times [(3-7)^2 + (4-7)^2 + (6-7)^2 + 2 \times (7-7)^2 + 3 \times (8-7)^2 + (9-7)^2 + (10-7)^2]$
 $= \frac{1}{10} \times (16+9+1+3+4+9) = 4.2$.

(2) 从平均成绩看, 甲、乙二人的成绩相等均为 7 环; 从中位数看, 甲射中 7 环以上的次数小于乙; 从众数看, 甲射中 7 环的次数最多而乙射中 8 环的次数最多; 从方差看, 甲的成绩比乙的成绩稳定.

综合以上各因素, 若选派一名学生参加比赛的话, 可选择乙参赛, 因为乙获得高分的可能更大.

第二课时 用样本方差估计总体方差

【知识清单】

样本 总体 样本 总体 包含很多个 破坏 总体方差

【考点分层训练】

1.C 2.B 3.A 4.D 5.乙 6.丙 7.2 乙

8. 解: $\bar{x}_甲 = 121, \bar{x}_乙 = 122$.

∵ $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$,

∴ 乙种饮料维生素 C 的平均含量高.

$s_{甲}^2 = \frac{(121-120)^2 + \dots + (121-119)^2}{10} = 2.8$,

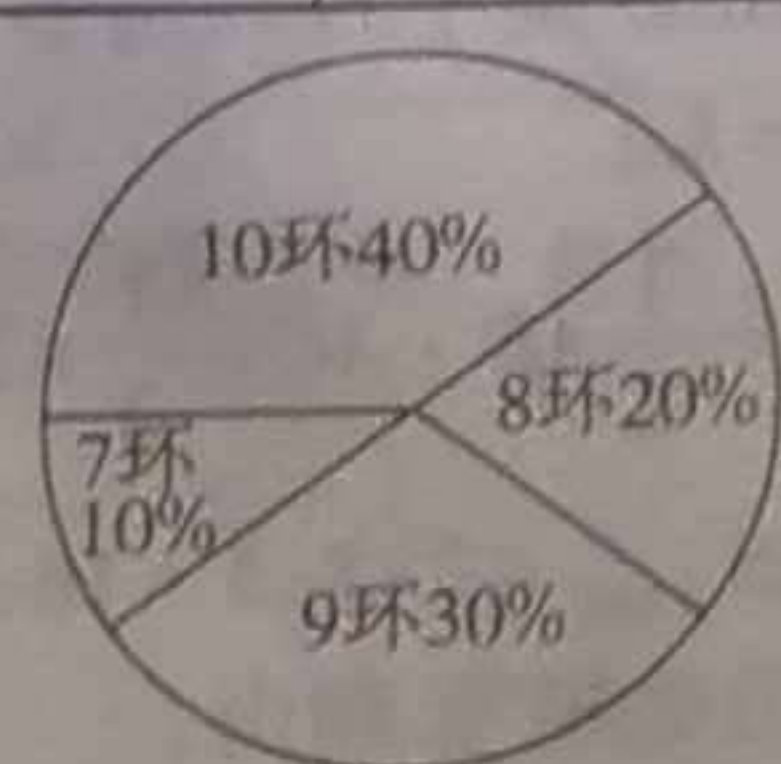
$s_{乙}^2 = \frac{(122-121)^2 + \dots + (122-122)^2}{10} = 3$.

∵ $s_{甲}^2 < s_{乙}^2$,

∴ 甲种饮料维生素 C 的含量比较稳定.

9. 解: (1) 补全统计表及扇形统计图如下:

命中环数	10	9	8	7
命中次数	4	3	2	1



(2) 应该派甲去.

理由: $\bar{x}_甲 = \frac{1}{10} (10 \times 4 + 9 \times 3 + 8 \times 2 + 7 \times 1) = 9$ (环),

$s_{甲}^2 = \frac{1}{10} [4 \times (10-9)^2 + 3 \times (9-9)^2 + 2 \times (8-9)^2 + 1 \times (7-9)^2] = 1$.

因为甲、乙两人的平均成绩相同, 而 $s_{甲}^2 < s_{乙}^2$, 说明甲的成绩比乙稳定.

所以应派甲去.

10. 解: (1) 甲、乙达标率分别为 60%, 60%.

(2) $\bar{x}_甲 = 18, \bar{x}_乙 = 18, s_{甲}^2 = 2.1, s_{乙}^2 = 2$,

∴ $s_{甲}^2 > s_{乙}^2$, ∴ 乙组成绩相对稳定.

(3) 老师是用中位数来说明的. 因为甲组的成绩中位数是 17, 而乙组的中位数是 18, 故甲组好于乙组.

11. 解: (1)

项目	平均数	中位数	众数	方差	85 分以上的频率
甲	84	84	84	14.4	0.3
乙	84	84	90	34	0.5

(2) 甲成绩的众数是 84, 乙成绩的众数是 90, 从两人成绩的众数看, 乙的成绩较好; 甲成绩的方差是 14.4, 乙成绩的方差是 34, 从成绩的方差看, 甲的成绩相对稳定; 甲成绩、乙成绩的中位数、平均数都是 84, 但从 85 分以上的频率看, 乙的成绩较好. (合理即可)

20.3 课题学习

体质健康测试中的数据分析

【知识清单】

1. 平均数 众数 中位数 极差 方差
 2. (1) 样本 样本 (2) 统计表 (3) 条形 折线 扇形 直方 (5) 调查报告

【考点分层训练】

1.B 2. (1) 50 (2) 15 10 (3) 36 (4) 108

3. (1) 1 2 6 (2) 17

4. 解: (1) $a = 86, b = 85, c = 85$.

(2) 八(2)班成绩好些. 因为该班的平均分比八(1)班高, 而且方差比八(1)班小, 成绩更稳定.

5. 解: (1) 平均数 $\bar{x} = \frac{166+154+\dots+162}{10} = 160$,

所以可以估计初三全体女生平均身高约为 160 cm.

(2) 将以上 10 个数据按照从小到大的顺序排列, 可得中位数 161 cm, 众数 162 cm.

(3) 由于平均数为 160, 中位数为 161, 众数为 162, 所以可挑选身高 160-162 的女生参加, 比较整齐.

6. 解: (1) 这四名候选人面试成绩的中位数为:

$\frac{88+90}{2} = 89$ (分).

(2) 由题意得 $x \times 60\% + 90 \times 40\% = 87.6$, 解得 $x = 86$.

(3) 甲候选人的综合成绩为:

$90 \times 60\% + 88 \times 40\% = 89.2$ (分),

乙候选人的综合成绩为:

$84 \times 60\% + 92 \times 40\% = 87.2$ (分),

丁候选人的综合成绩为:

$88 \times 60\% + 86 \times 40\% = 87.2$ (分),

∴ 以综合成绩排序, 确定所要招聘的前两名的候选人是甲和丙.

7. 解: (1) 4.5

(2) 估计大赛后一个月该校学生一周诗词诵读 6 首 (含 6 首) 以上的有: $1200 \times \frac{40+25+20}{120} =$

850 (人).

(3) 活动启动之初的中位数是 4.5 首, 众数是 4 首,

大赛比赛后一个月时的中位数是 6 首, 众数是 6 首, 由比赛前后的中位数和众数看, 比赛后学生背诵诗词的积极性明显提高, 这次举办后的效果比较理想. (合理即可)

第二十章中考考点扫描

1.B 2.C 3.C 4.84 5.78.8 分

6. 解: (1) $3 \div 25\% = 12$.

答: 该校的班级总数是 12.

(2) 植树 11 棵的班级数: $12 - 1 - 2 - 3 - 4 = 2$, 如图示:



(3) $(1 \times 8 + 2 \times 9 + 2 \times 11 + 3 \times 12 + 4 \times 15) \div 12 = 12$ (棵).

答: 该校各班在这一活动中植树的平均数约是 12 棵.

7.B 8.A 9.A 10.A 11.23.4 万人 12.5.5

13. 解: (1) 16 17

(2) $\frac{1}{10} \times (0+7+9+12+15+17 \times 3 + 20+26) = 14$.

答: 这 10 位居民一周内使用共享单车的平均次数是 14 次.

(3) $200 \times 14 = 2800$ (次).

答: 估计该小区居民一周内使用共享单车的总次数为 2800 次.

14. 解: (1) 28

(2) 这组数据的平均数为

$\frac{1.0 \times 5 + 1.2 \times 11 + 1.5 \times 14 + 1.8 \times 16 + 2.0 \times 4}{5+11+14+16+4} = 1.52$ (kg),

众数为 1.8 kg, 中位数为 1.5 kg.

(3) 估计这 2500 只鸡中, 质量为 2.0 kg 的约

有 $2500 \times \frac{4}{50} = 200$ (只).

15.C 16.B 17.A 18.B 19.> 20. $\frac{5}{3}$

21.B 22.C 23.众数

课时作业

课时作业 (一)

二次根式的概念

1.C 2.B 3.A 4.B 5.C

6.2 7. $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$ 8. $\frac{2}{3}$ 9.3 或 -2 10.-8

11. 解: (1) $x > \frac{1}{2}$.

(2) $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$.

(3) $-1 \leq x \leq 1$.

(4) $3 \leq x \leq 4$.

12. 解: 由题意可知: $\begin{cases} x - \frac{1}{2} \geq 0, \\ \frac{1}{2} - x \geq 0, \end{cases}$

解得: $x = \frac{1}{2}$,

∴ $y = 0 + 0 - 6 = -6$, ∴ $xy = -3$.

课时作业 (二)

二次根式的性质

1.C 2.D 3.D 4.D 5.A

6.3 3 7.2 0.19 mn

8. (1) $(\sqrt{5})^2$ (2) $(\sqrt{3.4})^2$ (3) $(\sqrt{\frac{1}{6}})^2$

(4) $(\sqrt{x})^2$

9. $(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$ 10. $x \leq 2$ 11. -7

12. 解: (1) 原式 = 11.

(2) 原式 = 20.

(3) 原式 = $-\frac{1}{3}$.

(4) 原式 = 2×10^{-2} .

(5) 原式 = $12 - 32 = -20$.

13. 解: (1) ① 原式 = $\sqrt{1 \times 9} = 3$.

② 原式 = $\sqrt{25 \times 9} = 15$.

③ 原式 = $\sqrt{49 \times 25} = 35$.

④ 原式 = $\sqrt{81 \times 49} = 63$.

(2) 第⑤个二次根式为 $\sqrt{101^2 - 20^2}$.

(3) 第⑥个二次根式为 $\sqrt{(4n^2+1)^2 - 16n^2}$.

$\sqrt{(4n^2+1)^2 - 16n^2}$

$= \sqrt{(4n^2-4n+1)(4n^2+4n+1)}$

$= \sqrt{(2n-1)^2(2n+1)^2} = (2n-1)(2n+1)$.

二次根式的乘法

1.B 2.D 3.B 4.D 5.B 6.A

7.6 8. (1) 60 (2) $y\sqrt{2y}$ 9. $-x\sqrt{y}$ 10. >

11. 解: (1) 原式 = $\sqrt{4} \times \sqrt{225} = 2 \times 15 = 30$.

(2) 原式 = $\sqrt{3 \times 10^2} = \sqrt{3} \times \sqrt{10^2} = 10\sqrt{3}$.

(3) 原式 = $\sqrt{2 \times 10^2 \cdot (a^2)^2 \cdot a \cdot (b^2)^2 \cdot c^2 \cdot c} = 10a^2b^2c\sqrt{2ac}$.

12. 解: (1) 原式 = $\sqrt{\frac{1}{2} \times 32} = \sqrt{16} = 4$.

(2) 原式 = $-6\sqrt{6^2 \times 2} = -36\sqrt{2}$.

(3) 原式 = $\sqrt{2a^2b} = a\sqrt{2b}$.

13. 解: 当 $d = 20$ 米, $f = 1.2$ 时, $v = 16\sqrt{df} = 16\sqrt{20 \times 1.2} = 16\sqrt{24} = 32\sqrt{6} \approx 78.38$ (千米/时).
 答: 肇事汽车的车速大约是 78.38 千米/时.

课时作业 (四)

二次根式的除法

1.A 2.A 3.C 4.D 5.B

6.2 7. $\frac{2b\sqrt{2b}}{3a}$ 8. $\frac{\sqrt{15}}{3}$ 9. $x > \frac{\sqrt{3}}{2}$ 10. $4\sqrt{30}$

11. 解: (1) 原式 = $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

(2) 原式 = $\sqrt{\frac{64}{49}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{49}} = \frac{8}{7}$.

(3) 原式 = $\sqrt{\frac{9 \times 121}{36 \times 10}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 11^2}{6^2 \times 10}} = \frac{33}{6\sqrt{10}}$

$\frac{33}{6} \times \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{11\sqrt{10}}{20}$.

(4) 原式 = $(1 \div \frac{2}{5}) \sqrt{12x \div y} = \frac{5}{2} \sqrt{\frac{3xy}{y}}$.

$\frac{5\sqrt{3xy}}{y}$.

12. 解: ∵ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CD$

∴ $AC = \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC} = \frac{2 \times \sqrt{18}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$ (cm),

$CD = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AB} = \frac{2 \times \sqrt{18}}{3\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{6}$ (cm).

课时作业 (五)

二次根式的乘除混合运算和最简

1.D 2.A 3.A 4.A 5.D

6.3 7.1 8.1 2 9.-b

10. 解: (1) 原式 = $2ab\sqrt{2b}$.

(2) 原式 = $\frac{2}{5}\sqrt{10}$.

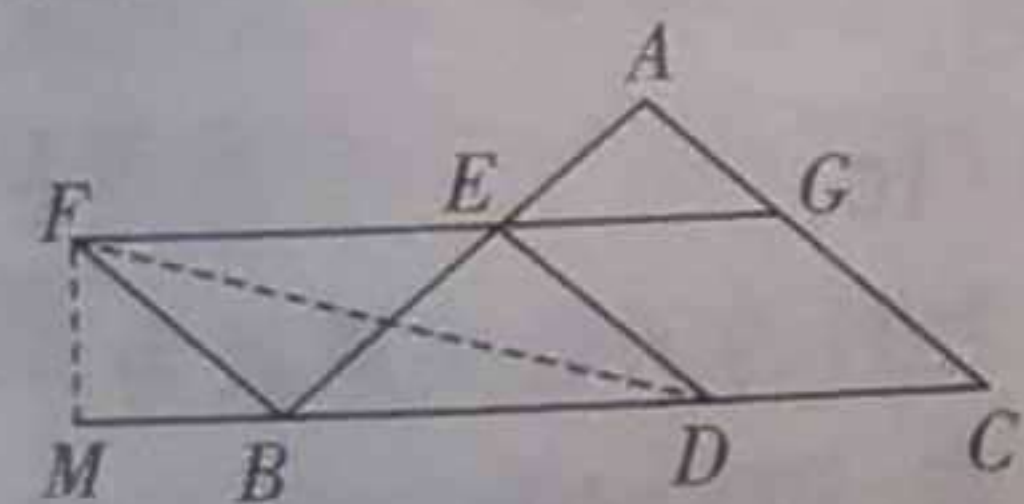
$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$ (AAS),
 $\therefore OE = OF$.

课时作业(十四)

平行四边形的判定(一)

1. A 2. C 3. C 4. B
 5. $AB \parallel CD$ (答案不唯一)
 6. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形
 7. 3 8. 4
 9. 解: (1) $\triangle BDE \cong \triangle CDF$. 理由:
 $\because CF \parallel BE, \therefore \angle FCD = \angle EBD$.
 $\because D$ 是 BC 的中点, $\therefore CD = BD$.
 又 $\angle FDC = \angle EDB, \therefore \triangle CDF \cong \triangle BDE$ (ASA).
 (2) 四边形 $BECF$ 是平行四边形. 理由:
 $\because \triangle CDF \cong \triangle BDE, \therefore DF = DE$.
 又 $CD = BD, \therefore$ 四边形 $BECF$ 是平行四边形.
 10. (1) 证明: $\because \triangle ABC$ 是等腰三角形,
 $\therefore \angle ABC = \angle C$.
 $\because EG \parallel BC, DE \parallel AC$,
 $\therefore \angle AEG = \angle ABC = \angle C$, 四边形 $CDEG$ 是平行四边形,
 $\therefore \angle DEG = \angle C$.
 $\because BE = BF$,
 $\therefore \angle BFE = \angle BEF = \angle AEG = \angle ABC$,
 $\therefore \angle F = \angle DEG$,
 $\therefore BF \parallel DE$,
 $\therefore$ 四边形 $BDEF$ 为平行四边形.
 (2) 解: $\because \angle C = 45^\circ$,
 $\therefore \angle ABC = \angle BFE = \angle BEF = 45^\circ$,
 $\therefore \triangle BDE, \triangle BEF$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore BF = BE = \frac{\sqrt{2}}{2} BD = \sqrt{2}$.

如图, 作 $FM \perp BD$ 于 M , 连接 DF ,



则 $\triangle BFM$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore FM = BM = \frac{\sqrt{2}}{2} BF = 1,$$

$$\therefore DM = 3.$$

在 $Rt\triangle DFM$ 中, 由勾股定理得:

$$DF = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10},$$

即 D, F 两点间的距离为 $\sqrt{10}$.

课时作业(十五)

平行四边形的判定(二)

1. D 2. B 3. D 4. D
 5. 平行四边形 一组对边平行且相等的四边形

是平行四边形

$$6. AF = CE \text{ (答案不唯一)} \quad 7. 3 \quad 8. \sqrt{3}$$

9. 证明: (1) $\because BE = FC, \therefore BC = EF$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DFE$ 中, $\begin{cases} AB = DF, \\ AC = DE, \\ BC = EF, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DFE$ (SSS).

(2) 连接 AF, BD , 如图所示:

由 (1) 知 $\triangle ABC \cong \triangle DFE$,

$\therefore \angle ABC = \angle DFE$,

$\therefore AB \parallel DF$.

$\therefore AB = DF$,

$\therefore$ 四边形 $ABDF$ 是平行四边形.

10. 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC, AD = BC$.

又 $\because AE = CF$,

$\therefore AD - AE = BC - CF$,

即 $DE = BF$.

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形.

$\therefore BE \parallel DF, BE = DF$.

$\therefore M, N$ 分别是 BE, DF 的中点,

$$\therefore EM = \frac{1}{2} BE = \frac{1}{2} DF = NF.$$

$\therefore$ 四边形 $MFNE$ 是平行四边形.

11. 证明: (1) $\because Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 30^\circ$,

$\therefore AB = 2BC$.

又 $\because \triangle ABE$ 是等边三角形, $EF \perp AB$,

$\therefore AB = 2AF, \therefore AF = BC$.

在 $Rt\triangle AFE$ 和 $Rt\triangle BCA$ 中,

$$\begin{cases} AF = BC, \\ AE = BA, \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle AFE \cong Rt\triangle BCA$ (HL).

$\therefore AC = EF$.

(2) $\because \triangle ACD$ 是等边三角形,

$\therefore \angle DAC = 60^\circ, AC = AD$.

$\therefore \angle DAB = \angle DAC + \angle BAC = 90^\circ$.

又 $\because \angle EFA = 90^\circ, \therefore EF \parallel AD$.

$\therefore AC = EF, AC = AD$,

$\therefore EF = AD$.

$\therefore$ 四边形 $ADFE$ 是平行四边形.

课时作业(十六)

三角形的中位线

1. B 2. C 3. C 4. B 5. C

$$6. 2 \quad 7. 9 \quad 8. 40^\circ \quad 9. \frac{1}{2^{2n-1}}$$

10. 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore$ 点 O 是 BD 的中点,
 又 $\because$ 点 E 是边 CD 的中点,
 $\therefore OE$ 是 $\triangle BCD$ 的中位线,
 $\therefore OE \parallel BC$, 且 $OE = \frac{1}{2} BC$.

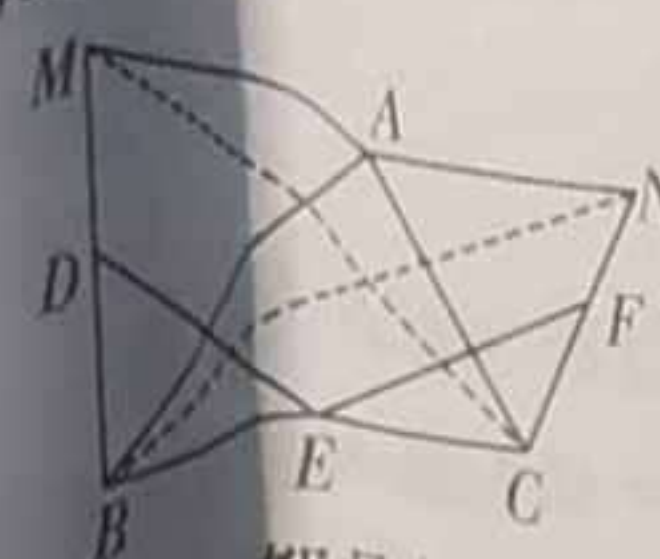
又 $\because CF = \frac{1}{2} BC, \therefore OE = CF$.

又 $\because$ 点 F 在 BC 的延长线上,

$\therefore OE \parallel CF$,

$\therefore$ 四边形 $OCFE$ 是平行四边形.

11. 证明: 如图, 连接 BN, CM .



$\because \triangle ABM$ 和 $\triangle CAN$ 都是等边三角形,

$\therefore AM = AB, AC = AN, \angle MAB = \angle CAN = 60^\circ$.

$\therefore \angle MAB + \angle CAB = \angle CAN + \angle CAB$,

即 $\angle MAC = \angle BAN, \therefore \triangle MAC \cong \triangle BAN$ (SAS).

$\therefore MC = BN$.

又 $\because D, E, F$ 分别是 MB, BC, CN 的中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2} MC, EF = \frac{1}{2} BN,$$

$\therefore DE = EF$.

课时作业(十七)

矩形的性质

1. A 2. B 3. B 4. C 5. A

6. 解: 设点 A 到 BC 的距离是 h ,

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ, E$ 是 BC 的中点,

$$AE = \frac{15}{2},$$

$\therefore BC = 2AE = 15$,

$\because D, E$ 分别是 AB, BC 的中点, $DE = \frac{9}{2}$,

$\therefore AC = 2DE = 9$,

由勾股定理得: $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$,

$$\text{则 } \frac{1}{2} \times 15 \times h = \frac{1}{2} \times 12 \times 9,$$

$$\text{解得: } h = \frac{36}{5},$$

$$\text{故答案为: } \frac{36}{5}.$$

$$7. 5 \quad 8. 3\sqrt{3}$$

9. (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore OA = OC, OB = OD, AC = BD, \angle ABC = 90^\circ$.

$\therefore BE = DF, \therefore OE = OF$.

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中, $\begin{cases} OA = OC, \\ \angle AOE = \angle COF, \\ OE = OF, \end{cases}$

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$ (SAS),

$\therefore AE = CF$.

(2) 解: $\because OA = OC, OB = OD, AC = BD$,

$\therefore OA = OB$.

$\because \angle AOB = \angle COD = 60^\circ$,

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形,

$\therefore OA = AB = 6$,

$\therefore AC = 2OA = 12$.

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 6\sqrt{3}$,

$\therefore$ 矩形 $ABCD$ 的面积 $= AB \cdot BC = 6 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$.

10. 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD \parallel BC, AD = BC$.

$\because E, F$ 分别是 AD, BC 的中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2} AD, CF = \frac{1}{2} BC,$$

$\therefore AE = CF$,

$\therefore$ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形.

(2) $\because$ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形,

$\therefore CE \parallel AF$,

$\therefore \angle DGE = \angle AHD = \angle BHF$.

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle EDG = \angle FBH$.

在 $\triangle DEG$ 和 $\triangle BFH$ 中, $\begin{cases} \angle DGE = \angle BHF, \\ \angle EDG = \angle FBH, \\ DE = BF, \end{cases}$

$\therefore \triangle DEG \cong \triangle BFH$ (AAS),

$\therefore EG = FH$.

课时作业(十八)

矩形的判定

1. D 2. B 3. C 4. A

5. $AB \parallel CD$ (答案不唯一) 6. 12 7. 25° 8. 12

9. (1) 证明: 在 $\triangle DCA$ 和 $\triangle EAC$ 中, $\begin{cases} DC = EA, \\ AD = CE, \\ AC = CA, \end{cases}$

$\therefore \triangle DCA \cong \triangle EAC$ (SSS).

(2) 解: 添加 $AD = BC$, 可使四边形 $ABCD$ 为矩形. 理由如下:

$\because AB = DC, AD = BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\because CE \perp AE, \therefore \angle E = 90^\circ$,

由 (1) 得: $\triangle DCA \cong \triangle EAC$,

$\therefore \angle D = \angle E = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为矩形.

10. (1) 证明: $\because E$ 是 AC 中点,

$$\therefore EC = \frac{1}{2} AC.$$

$$\therefore DB = \frac{1}{2} AC, \therefore DB = EC.$$

又 $\because DB \parallel EC$,

$\therefore$ 四边形 $DBCE$ 是平行四边形, $\therefore BC = DE$.

(2) 解: 添加 $AB = BC$.

理由: $\because DB \parallel EC$,

$\therefore$ 四边形 $DBEA$ 是平行四边形.

$\because BC = DE, AB = BC, \therefore AB = DE$.

$\therefore \square DBEA$ 是矩形.

课时作业(十九)

菱形的性质

1. C 2. B 3. C 4. D

$$5. 16 \quad 6. 18\sqrt{3} \quad 7. 120^\circ \quad 8. \frac{50}{13}$$

9. 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AD = CD, \angle A = \angle C$.

$\because DE \perp AB, DF \perp BC$,

$\therefore \angle AED = \angle CFD = 90^\circ$.

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDF$ 中, $\begin{cases} \angle A = \angle C, \\ \angle AED = \angle CFD, \\ AD = CD, \end{cases}$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDF$.

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore AB = CB$.

$\because \triangle ADE \cong \triangle CDF, \therefore AE = CF, \therefore BE = BF$,

$\therefore \angle BEF = \angle BFE$.

10. (1) 证明: 如图, 连接 DB, DF .

$\because$ 四边形 $ABCD, ADEF$ 都是菱形,

$\therefore AB = BC = CD = DA, AD = DE =$

$EF = FA$.

在 $\triangle BAD$ 与 $\triangle FAD$ 中, $\begin{cases} AB = AF, \\ \angle BAD = \angle FAD, \\ AD = AD, \end{cases}$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle FAD$,

$\therefore DB = DF$,

$\therefore D$ 在线段 BF 的垂直平分线上.

$\because AB = AF$,

$\therefore A$ 在线段 BF 的垂直平分线上,

$\therefore AD$ 是线段 BF 的垂直平分线,

$\therefore AD \perp BF$.

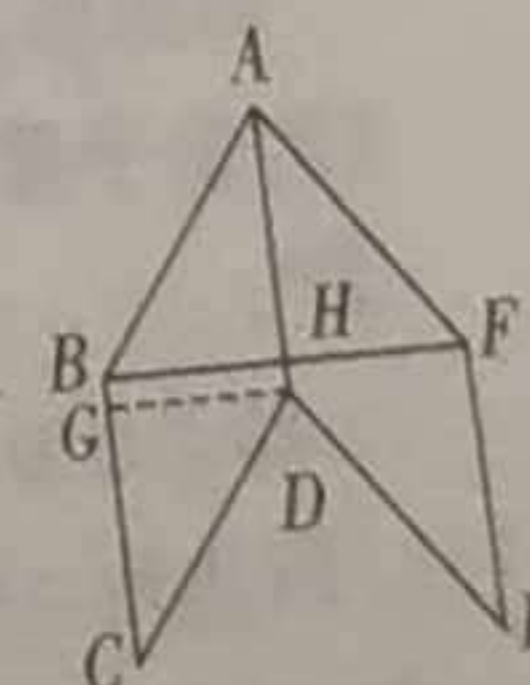
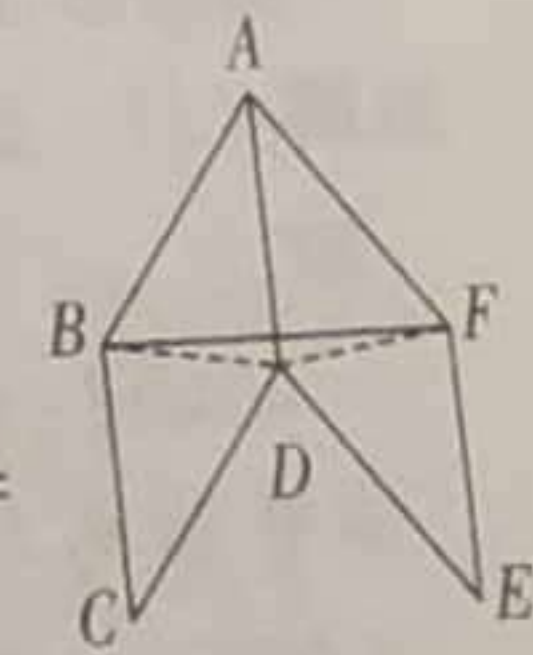
(2) 解: 如图, 设 $AD \perp BF$ 于 H ,

作 $DG \perp BC$ 于 G , 则四边形 $BGDH$

是矩形,

$$\therefore DG = BH = \frac{1}{2} BF.$$

$\therefore BF = BC, BC = CD$,



$$\therefore DG = \frac{1}{2}CD.$$

在直角 $\triangle CDG$ 中, $\because \angle CGD = 90^\circ, DG = \frac{1}{2}CD,$

$$\therefore \angle C = 30^\circ.$$

$$\therefore BC \parallel AD,$$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle C = 150^\circ.$$

课时作业(二十)

菱形的判定

1.D 2.D 3.B 4.B 5.B

6. $BO=DO$ (答案不唯一) 7.菱形 8.①③④

9.(1)证明: $\because$ 点D,E分别是边BC,AB上的中点,

$$\therefore DE \parallel AC, AC = 2DE.$$

$$\therefore EF = 2DE,$$

$$\therefore EF \parallel AC, EF = AC,$$

$\therefore$ 四边形ACEF是平行四边形,

$$\therefore AF = CE.$$

(2)解:当 $\angle B = 30^\circ$ 时,四边形ACEF是菱形.理由如下:

$$\because \angle ACB = 90^\circ, \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ, AC = \frac{1}{2}AB = AE,$$

$\therefore \triangle AEC$ 是等边三角形,

$$\therefore AC = CE.$$

又 $\because$ 四边形ACEF是平行四边形,

$\therefore$ 四边形ACEF是菱形.

10.解:(1) $\because BD$ 是矩形ABCD的对角线, $\angle ABD = 30^\circ,$

$$\therefore \angle ADB = 60^\circ.$$

由平移可得, $B'C' = BC = AD, \angle D'B'C' = \angle DBC = \angle ADB = 60^\circ,$

$$\therefore AD \parallel B'C',$$

$\therefore$ 四边形AB'C'D是平行四边形.

$\because B'$ 为BD中点,

$$\therefore \text{在Rt}\triangle ABD\text{中}, AB' = \frac{1}{2}BD = DB'.$$

又 $\because \angle ADB = 60^\circ,$

$\therefore \triangle ADB'$ 是等边三角形,

$$\therefore AD = AB',$$

$\therefore$ 四边形AB'C'D是菱形.

(2)由平移可得, $AB = C'D', \angle ABD' = \angle C'D'B = 30^\circ,$

$$\therefore AB \parallel C'D',$$

$\therefore$ 四边形ABC'D'是平行四边形.

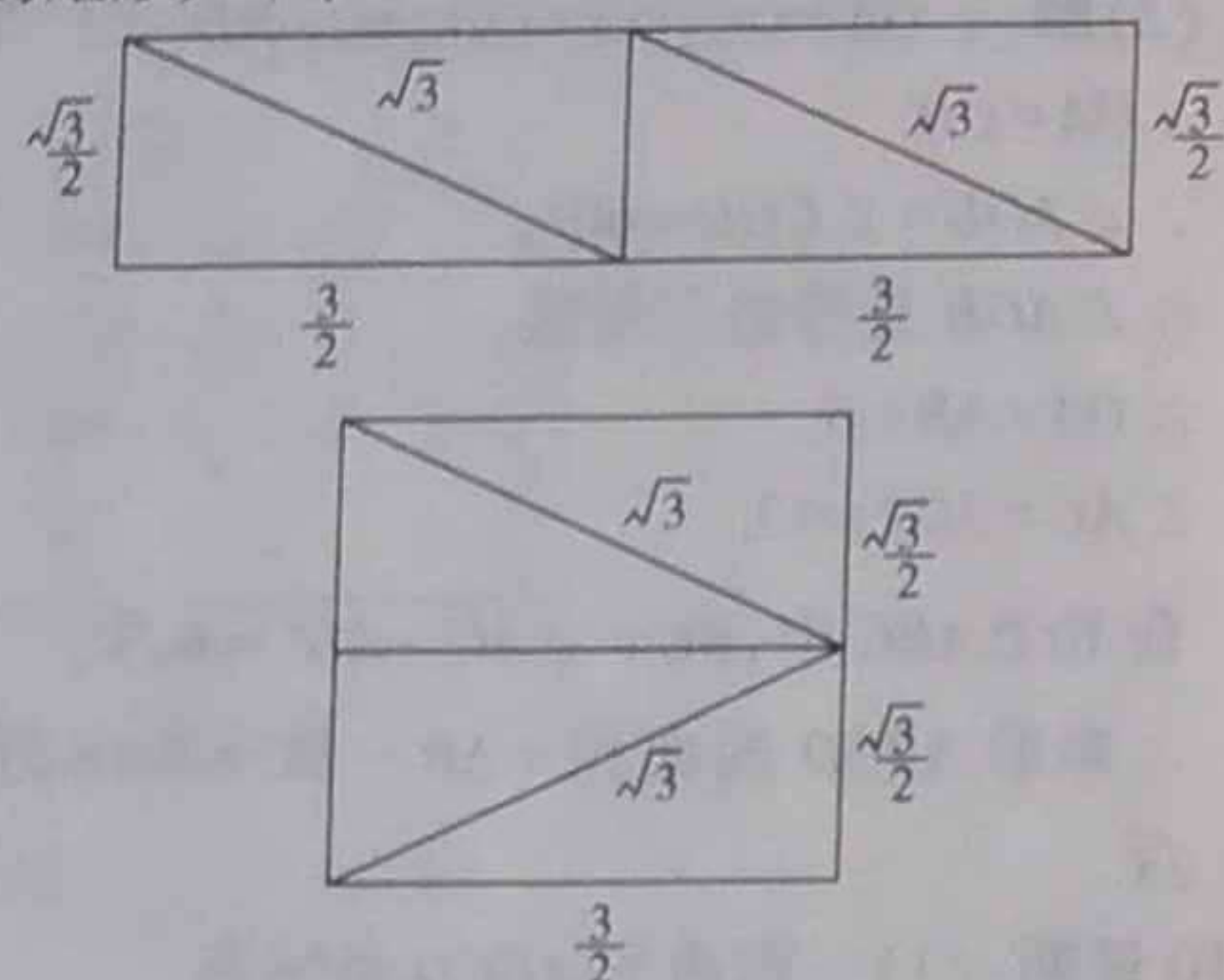
由(1)可得, $AC' \perp B'D,$

$\therefore$ 四边形ABC'D'是菱形.

$$\therefore AB = \sqrt{3}AD = \sqrt{3}.$$

$\therefore$ 四边形ABC'D'的周长为 $4\sqrt{3}$.故答案为: $4\sqrt{3}$.

(3)将四边形ABC'D'沿它的两条对角线剪开,用得到的四个三角形拼成与其面积相等的矩形如下:



$\therefore$ 矩形周长为 $6 + \sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{3} + 3$.

课时作业(二十一)

正方形的性质

1.C 2.A 3.C 4.D

5.75 6. $\sqrt{5}-2$ 7.2 $\sqrt{13}$ 8.13

9.证明: $\because$ 四边形ABCD是正方形,

$$\therefore \angle ADF = \angle CDE = 90^\circ, AD = CD.$$

$$\therefore AE = CF, \therefore DE = DF.$$

$$\text{在}\triangle ADF\text{和}\triangle CDE\text{中}, \begin{cases} AD = CD, \\ \angle ADF = \angle CDE, \\ DF = DE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CDE (\text{SAS}),$$

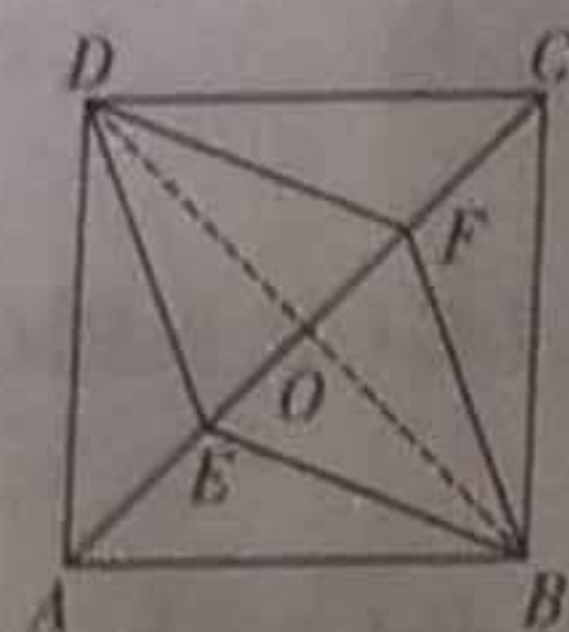
$$\therefore \angle DAF = \angle DCE.$$

$$\text{在}\triangle AGE\text{和}\triangle CGF\text{中}, \begin{cases} \angle GAE = \angle GCF, \\ \angle AGE = \angle CGF, \\ AE = CF, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AGE \cong \triangle CGF (\text{AAS}),$$

$$\therefore AG = CG.$$

10.(1)证明:如图,连接BD交AC于点O,



$\because$ 四边形ABCD为正方形,

$$\therefore BD \perp AC, OD = OB = OA = OC.$$

$$\therefore AE = CF,$$

$$\therefore OA - AE = OC - CF, \text{即 } OE = OF,$$

$\therefore$ 四边形BEDF为平行四边形,且 $BD \perp EF,$

$\therefore$ 四边形BEDF为菱形.

(2)解: $\because$ 正方形边长为4,

$$\therefore BD = AC = 4\sqrt{2}.$$

$$\therefore AE = CF = \sqrt{2},$$

$$\therefore EF = AC - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\therefore S_{\text{菱形BEDF}} = \frac{1}{2}BD \cdot EF = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8.$$

课时作业(二十二)

正方形的判定

1.C 2.C 3.B 4.B

5.正方形 6. $AC=BD$ (答案不唯一)

8. $3\sqrt{2}$

9.(1)证明: $\because$ 四边形ABCD是平行四边形,

$$\therefore OA = OC, OB = OD.$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB,$$

$$\therefore OB = OC,$$

$$\therefore AC = BD,$$

$\therefore$ 平行四边形ABCD是矩形.

(2)解: $AB=AD$ (或 $AC \perp BD$,答案不唯一).

理由: $\because$ 四边形ABCD是矩形,

$$\text{又}\because AB=AD,$$

$\therefore$ 四边形ABCD是正方形.

或: $\because$ 四边形ABCD是矩形,

$$\text{又}\because AC \perp BD,$$

$\therefore$ 四边形ABCD是正方形.

10.(1)证明: $\because$ 四边形ABCD是菱形,

$$\therefore \angle B = \angle D, AB = BC = DC = AD.$$

$$\therefore \text{点E,O,F分别为AB,AC,AD的中点,}$$

$$\therefore AE = BE = DF = AF, OF = \frac{1}{2}DC, OE = \frac{1}{2}BC,$$

$$OE \parallel BC.$$

$$\text{在}\triangle BCE\text{和}\triangle DCF\text{中}, \begin{cases} BE = DF, \\ \angle B = \angle D, \\ BC = DC, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle DCF (\text{SAS}).$$

(2)解:当 $AB \perp BC$ 时,四边形AEOF是正方形.理由如下:

由(1)得: $AE = OE = OF = AF,$

$\therefore$ 四边形AEOF是菱形.

$$\because AB \perp BC, OE \parallel BC,$$

$$\therefore OE \perp AB,$$

$$\therefore \angle AEO = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形AEOF是正方形.

课时作业(二十三)

常量与变量

1.A 2.A 3.C 4.D

5.人均绿道长度y与人口数x 6.n, α -2, 180°

7. $x+4$ 4 x和y 8.y, n -1, 12, 51 y n

9.解:(1)y, n是变量, 5是常量.

(2)a, b是变量, 50是常量.

(3)s, t是变量, 60是常量.

10.解:(1)有2个变量.

(2)观察图形: $x=1$ 时, $y=6, x=2$ 时, $y=10; x=3$ 时, $y=14; \dots$

可见每增加一张桌子,便增加4个座位,

因此x张餐桌共有 $6+4(x-1)=4x+2$ 个座位.

故可坐人数 $y=4x+2$.

课时作业(二十四)

函数

1.B 2.B 3.D 4.D 5.D

6.①②③ 7. $x \geq -4$ 且 $x \neq 0$

8.加油数量x(升) 付款金额y(元) 加油数量x(升)

$$y = 6.2x$$

9.4 ± 2 10.42

11.解:当 $x=2$ 时,

$$y = (x+1)(x-2) = (2+1) \times (2-2) = 0;$$

当 $x=-3$ 时,

$$y = (x+1)(x-2) = (-3+1) \times (-3-2) = 10.$$

12.解:(1)剩余水的体积 $Q=800$ -抽掉的水的体积,

$$\text{即 } Q = 800 - 50t.$$

(2)令 $0=800-50t$,解得 $t=16$,所以 $0 < t \leq 16$.

(3)当 $t=10$ 时,则 $Q=800-50 \times 10=300$,

即10小时后,池中还有300立方米水.

13.解:(1)8 15

$$(2)y = 3n - 1$$

(3)把 $n=2016$ 代入 $y=3n-1$,得 $y=6047$,

所以第2016行白球和黑球的总数为6047个.

课时作业(二十五)

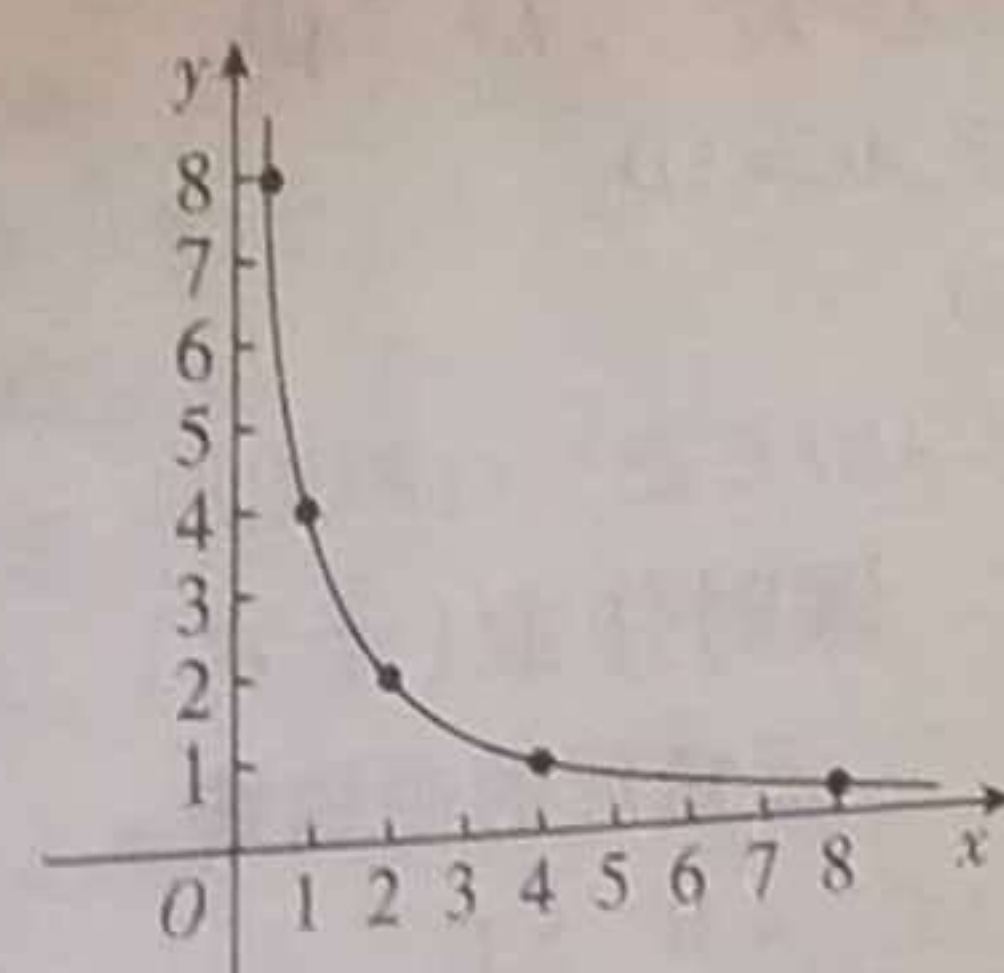
函数的图象

1.C 2.D 3.B 4.D 5.20 6.9; 20

7.解:列表如下:

x	...	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...
y	...	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	...

在坐标系中描出各点,然后连接这些点,则得到函数图象,如图.



8.解:(1) $\because P(x, y)$ 在第一象限内, $\therefore x > 0, y > 0$.

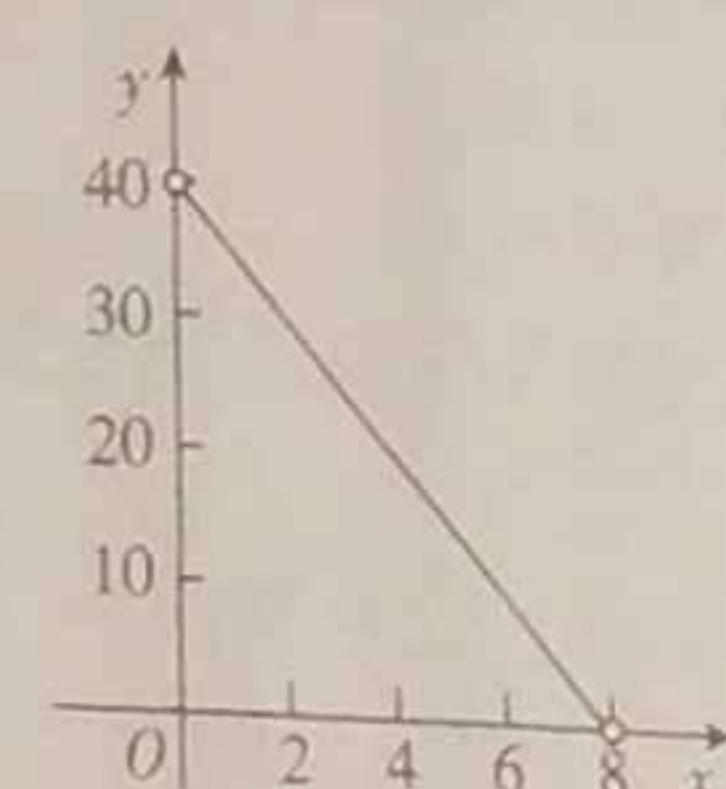
过点P作 $PM \perp OA$ 于点M,则 $PM=y$.

$$\therefore x+y=8, \therefore y=8-x.$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}OA \cdot PM = \frac{1}{2} \times 10 \times (8-x),$$

即 $S = -5x + 40$,x的取值范围是 $0 < x < 8$.

(2)图象如图.



课时作业(二十六)

函数的三种表示方法

1.A 2.A 3.B 4.A

5.2 4 6 8 10 12 6.6

7.解:(1)24 24 24 26 28 30 32

$$\text{函数解析式为 } y = \begin{cases} 24 (0 \leq x \leq 30), \\ 0.2x + 18 (x > 30). \end{cases}$$

(2)折线.

8.解:(1)根据图象可知,10吨以内每吨水应缴 $20 \div 10 = 2$ (元),

所以 $8 \times 2 = 16$ (元).

故答案为:16;

(2)当 $0 < x \leq 10$ 时,设y与x的函数解析式为 $y = ax (a \neq 0)$,

$$\therefore 20 = 10a,$$

解得 $a=2$,

$\therefore y$ 与x的函数解析式为 $y=2x (0 < x \leq 10)$;

当 $x \geq 10$ 时,可设y与x的关系为: $y=kx+b (k \neq 0)$,

由图可知,当 $x=10$ 时, $y=20, x=20$ 时 $y=50$,

$$\therefore \begin{cases} 10k+b=20, \\ 20k+b=50, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k=3, \\ b=-10. \end{cases}$$

$\therefore y$ 与x之间的函数关系式为: $y=3x-10$;

当 $y=26$ 时,知 $x > 10$,

$$\therefore 26 = 3x - 10,$$

解得 $x=12$,

当 $y=18$ 时,知 $x < 10$,

$$\therefore 18 = 2x,$$

解得 $x=9$,

$$\therefore 12-9=3(\text{吨}).$$

$\therefore$ 四月份比三月份节约用水3吨.

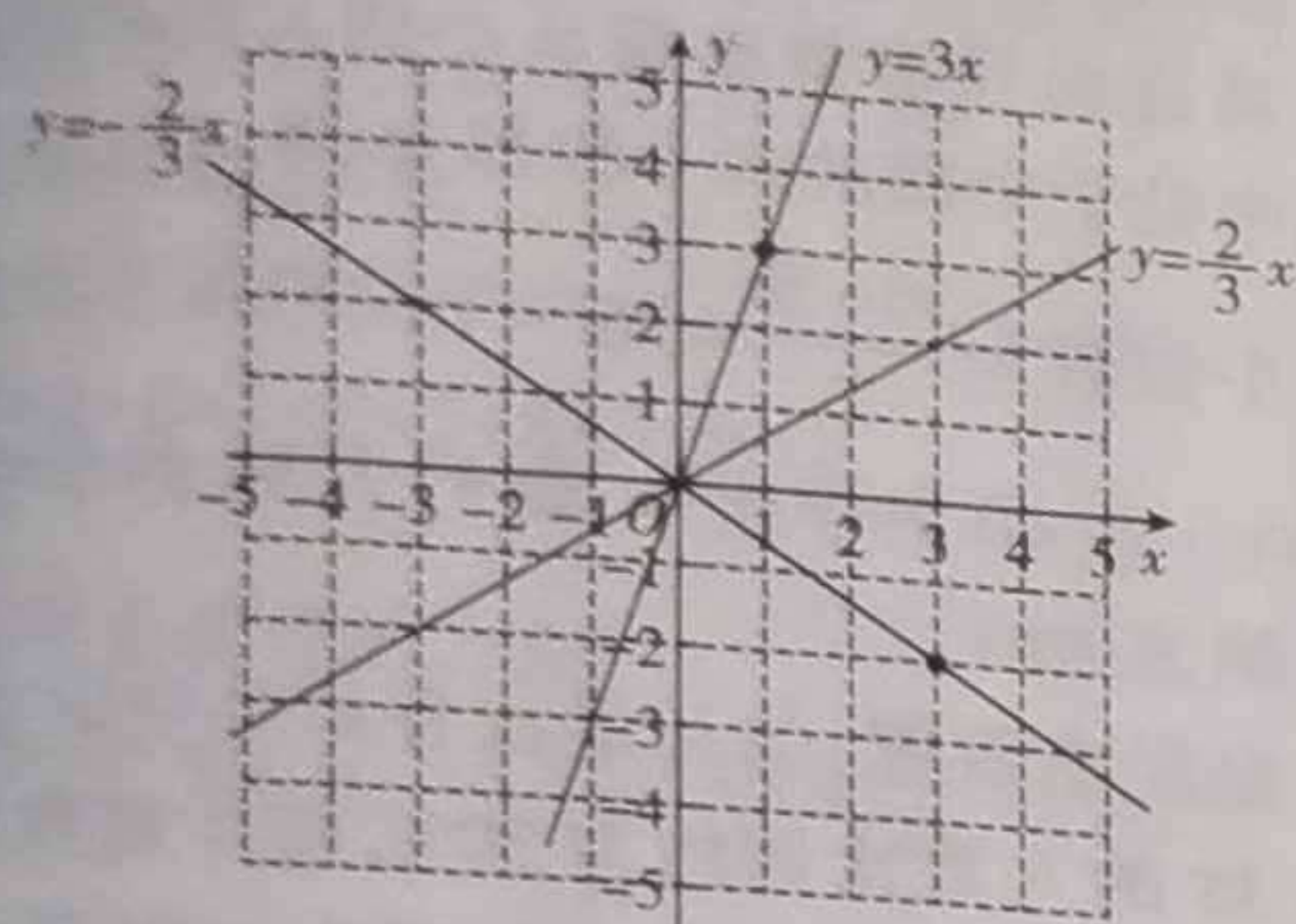
课时作业(二十七)

正比例函数

1.C 2.B 3.A 4.D 5.C

6. $C=2\pi r$ 是 7.①⑥ 8.-2 9.减小 10.<

11.解:如图所示.



12.解:(1)∵ 函数图象经过第一、三象限,

∴ $2m+4>0$,解得 $m>-2$.

(2)∵ y 随 x 的增大而减小,

∴ $2m+4<0$,解得 $m<-2$.

(3)∵ 点 $(1,3)$ 在该函数图象上,

∴ $2m+4=3$,解得 $m=-\frac{1}{2}$.

13.解:(1)∵ 点 A 的横坐标为 3,且 $\triangle AOH$ 的面积为 3,

∴ 点 A 的纵坐标为 -2,即点 A 的坐标为 $(3,-2)$.

∵ 正比例函数 $y=kx$ 经过点 A ,

∴ $3k=-2$,即 $k=-\frac{2}{3}$.

∴ 正比例函数的解析式是 $y=-\frac{2}{3}x$.

(2)存在.

∵ $\triangle AOP$ 的面积为 5,点 A 的坐标为 $(3,-2)$,

∴ $OP=5$.∴ 点 P 的坐标为 $(5,0)$ 或 $(-5,0)$.

课时作业(二十八)

一次函数的定义

1.A 2.B 3.B 4.C 5.D

6.①④⑤ 7. $y=-6x+20$ 是 8.-1 -2 9.2

10.6

11.解:(1)根据题意知,甲骑车的速度为 16 千米/时,得函数解析式 $y=16x+18(x>0)$, y 是 x 的一次函数.

(2)当 $y=30$ 时, $30=16x+18$, $x=\frac{3}{4}$,

即 8 点 45 分,甲到达 B 点;

当 $y=50$ 时, $50=16x+18$, $x=2$,

即 10 点整甲到达 C 点.

故甲在 B,C 之间的时间为 8 点 45 分到 10 点之间.

12.解:(1)设 $y_1=k_1x$, $y_2=k_2(x-2)$,

则 $y=k_1x+k_2(x-2)$,

依题意,得 $\begin{cases} k_1-k_2=0, \\ -3k_1-5k_2=4, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k_1=-\frac{1}{2}, \\ k_2=-\frac{1}{2}. \end{cases}$

∴ $y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}(x-2)$,即 $y=-x+1$,

∴ y 是 x 的一次函数.

(2)把 $x=3$ 代入 $y=-x+1$,得 $y=-2$.

∴ 当 $x=3$ 时, y 的值为 -2.

课时作业(二十九)

一次函数的图象和性质

1.B 2.B 3.A 4.B 5.D

6. $m>n$ 7. $y=-5x+5$ 8. 2^{2017}

9.解:(1)将点 $(\frac{3}{4},0)$ 代入,得 $\frac{3}{4}-\frac{9}{4}k+2k-1=0$,解得 $k=-1$.

(2)∵ 当 $1-3k>0$ 时, y 随 x 增大而增大,∴ $k<\frac{1}{3}$.

(3)将点 $(-2,-13)$ 代入可得 $-2+6k+2k-1=-13$,解得 $k=-\frac{5}{4}$.

10.解:(1)∵ $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$,

∴ 当 $y=0$ 时, $x=\sqrt{3}$,则 A 的坐标为 $(\sqrt{3},0)$,

当 $x=0$ 时, $y=1$,则 B 的坐标为 $(0,1)$,

∴ $OA=\sqrt{3}$, $OB=1$, $AB=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$.

∴ $\triangle AOB$ 的周长为 $OA+OB+AB=\sqrt{3}+1+2=\sqrt{3}+3$.

(2)在直线 AB 的上方作等腰直角三角形,且 $\angle BAC=90^\circ$,过 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D .

∵ $\angle CAD+\angle OAB=90^\circ$, $\angle CAD+\angle DCA=90^\circ$,

∴ $\angle OAB=\angle DCA$.

在 $\triangle DCA$ 与 $\triangle OAB$ 中,

$\begin{cases} \angle DCA=\angle OAB, \\ \angle ADC=\angle BOA, \\ AC=BA, \end{cases}$

∴ $\triangle DCA \cong \triangle OAB$ (AAS).

∴ $AD=OB=1$, $CD=AO=\sqrt{3}$.

∴ $OD=OA+AD=\sqrt{3}+1$.

∴ C 的坐标为 $(\sqrt{3}+1,\sqrt{3})$.

当点 C 在直线 AB 的下方时,同理得出 C 的坐标为 $(\sqrt{3}-1,-\sqrt{3})$.

综上所述,点 C 坐标为 $(\sqrt{3}+1,\sqrt{3})$ 或 $(\sqrt{3}-1,-\sqrt{3})$.

课时作业(三十)

用待定系数法求一次函数解析式

1.D 2.B 3.D 4.A 5.C

6. $y=\frac{3}{2}x-2$ 7. $(0,-1)$ 8.9 或 1

9.(25,26) $y=x+1$ 中,令 $y=2$,得 $-2x=2$,

10.解:在函数 $y=-2x$ 中,

解得 $x=-1$.

∴ 点 A 坐标为 $(-1,2)$.

将 $A(-1,2)$, $B(1,0)$ 代入 $y=kx+b$,

得 $\begin{cases} -k+b=2, \\ k+b=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-1, \\ b=1. \end{cases}$

∴ 一次函数的解析式为 $y=-x+1$.

11.解:(1)设直线的解析式为 $y=kx+b$,

把 $A(-1,5)$, $B(3,-3)$ 代入,

可得 $\begin{cases} -k+b=5, \\ 3k+b=-3, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k=-2, \\ b=3. \end{cases}$

所以直线解析式为 $y=-2x+3$.

把 $P(-2,a)$ 代入 $y=-2x+3$ 中,

得 $-2 \times (-2)+3=a$,即 $a=7$.

(2)由(1)得点 P 的坐标为 $(-2,7)$,

令 $x=0$,则 $y=3$,

所以直线与 y 轴的交点坐标为 $D(0,3)$,

所以 $\triangle OPD$ 的面积 $S=\frac{1}{2} \times 3 \times 2=3$.

12.解:(1)设直线 AB 的解析式是 $y=kx+b$,

根据题意得 $\begin{cases} 4k+b=2, \\ 6k+b=0, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k=-1, \\ b=6. \end{cases}$

则直线的解析式是 $y=-x+6$.

(2)在 $y=-x+6$ 中,令 $x=0$,解得 $y=6$,

∴ $S_{\triangle OAC}=\frac{1}{2} \times 6 \times 4=12$.

(3)设直线 OA 的解析式是 $y=mx$,则 $4m=2$,

解得 $m=\frac{1}{2}$,

则直线 OA 的解析式是 $y=\frac{1}{2}x$.

∴ $\triangle OMC$ 的面积是 $\triangle OAC$ 的面积的 $\frac{1}{4}$,

∴ M 的横坐标是 $\frac{1}{4} \times 4=1$.

在 $y=\frac{1}{2}x$ 中,当 $x=1$ 时, $y=\frac{1}{2}$,

则 M 的坐标是 $(1,\frac{1}{2})$;

在 $y=-x+6$ 中,当 $x=1$ 时, $y=5$,

则 M 的坐标是 $(1,5)$.

综上所述,点 M 的坐标是 $(1,\frac{1}{2})$ 或 $(1,5)$.

课时作业(三十一)

一次函数的应用

1.A 2.B 3.D

4.0.3

5. $y=4.5x-90(20 \leq x \leq 36)$

6.解:(1)①99 2

②由题意 $y=2(100-x)=-2x+200$,

∴ y 与 x 之间的函数解析式为 $y=-2x+200$.

(2)由题意 $\begin{cases} y=-2x+200, \\ 5x+3y=540, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=60, \\ y=80. \end{cases}$

答:甲、乙两种文具分别购买了 60 个和 80 个.

7.解:(1)当 $0 \leq x \leq 15$ 时,设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx$,

则 $15k=27$,得 $k=1.8$,

即当 $0 \leq x \leq 15$ 时, y 与 x 的函数关系式为 $y=1.8x$;

当 $x>15$ 时,设 y 与 x 的函数关系式为 $y=ax+b$,

则 $\begin{cases} 15a+b=27, \\ 20a+b=39, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} a=2.4, \\ b=-9. \end{cases}$

即当 $x>15$ 时, y 与 x 的函数关系式为 $y=2.4x-9$.

所以 y 与 x 的函数关系式为

$y=\begin{cases} 1.8x(0 \leq x \leq 15), \\ 2.4x-9(x>15). \end{cases}$

(2)设二月份的用水量是 $x \text{ m}^3$,则三月份的用水量是 $(40-x) \text{ m}^3$.

当 $15< x \leq 25$ 时, $2.4x-9+2.4(40-x)-9=79.8$,

x 无解;

当 $0< x \leq 15$ 时, $1.8x+2.4(40-x)-9=79.8$,

解得 $x=12$,

∴ $40-x=28$.

答:该用户二、三月份的用水量分别是 12 m^3 、 28 m^3 .

课时作业(三十二)

一次函数与一元一次方程、一元一次不等式

1.A 2.B 3.B 4.B 5.D

6. $(-3,0)$ 7. $x=1.5$ 8. $-2 \leq x < 0$ 9.-3

10.解:∵ 方程 $kx+b=0$ 的解为 $x=2$,

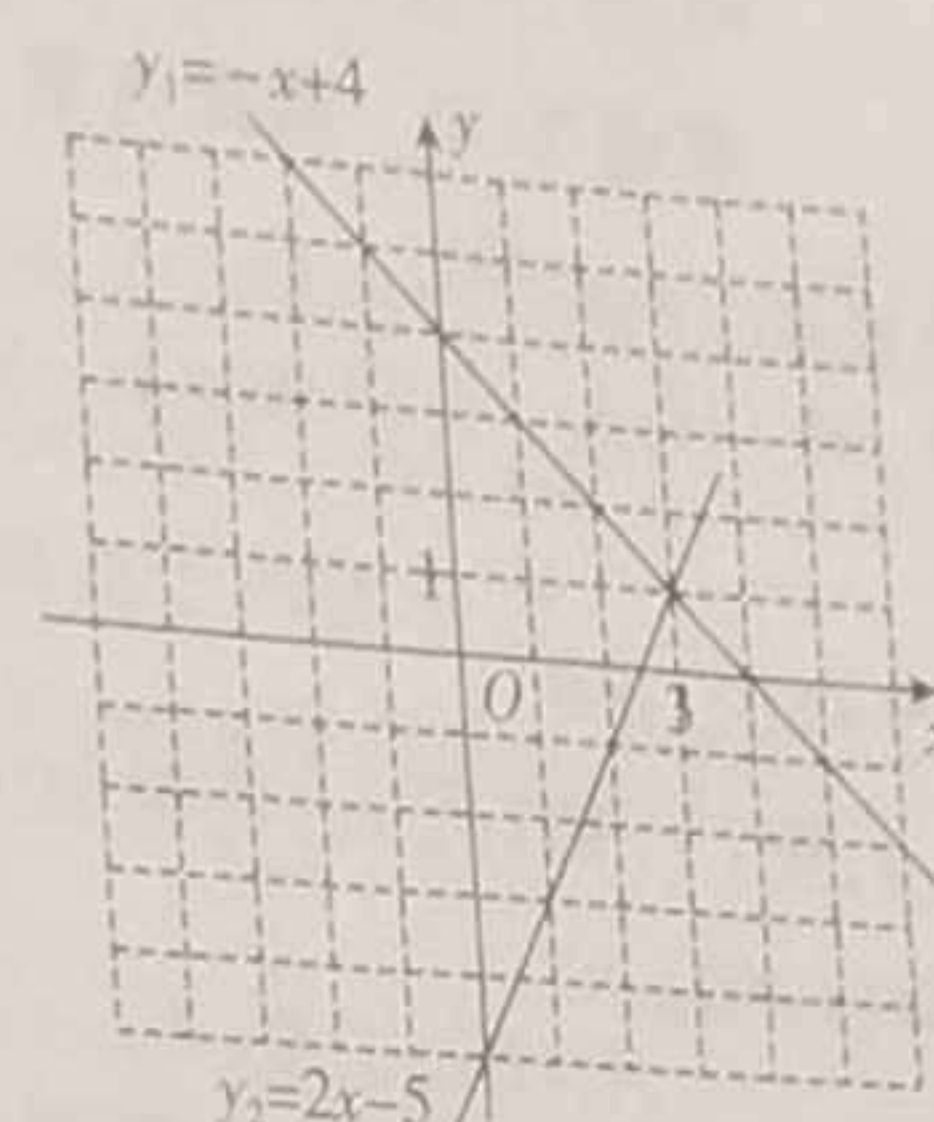
∴ 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $(2,0)$.

把 $(0,-3)$, $(2,0)$ 代入 $y=kx+b$ 中,得

$\begin{cases} b=-3, \\ 2k+b=0. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=\frac{3}{2}, \\ b=-3. \end{cases}$

∴ 一次函数的解析式是 $y=\frac{3}{2}x-3$.

11.解:(1)如图:



∵ 一次函数 $y_1=-x+4$ 和 $y_2=2x-5$ 的图象相交于点 $(3,1)$,

∴ 方程 $-x+4=2x-5$ 的解为 $x=3$.

(2)由图可知,当 $x<3$ 时, $y_1>y_2$;

当 $x<\frac{5}{2}$ 时, $y_1>0$ 且 $y_2<0$.

12.解:(1)-3 x

(2)由题意得 $3x-1 \leq -x+3$,

即 $4x \leq 4$,∴ $x \leq 1$.

(3) $x \geq -2$

课时作业(三十三)

一次函数与二元一次方程(组)

1.A 2.D 3.B 4.D 5.C

6.3 7. $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 8.1

9.解:(1)1 3 1.2 3.3

(2) $y_1=0.1x(x \geq 0)$;

$y_2=\begin{cases} 0.12x(0 \leq x \leq 20), \\ 0.09x+0.6(x>20). \end{cases}$

(3)顾客在乙复印店复印印花费少.理由如下:

当 $x>70$ 时, $y_1=0.1x$, $y_2=0.09x+0.6$,

∴ $y_1-y_2=0.1x-(0.09x+0.6)=0.01x-0.6$.

设 $y=0.01x-0.6$,

由 $0.01>0$,则 y 随 x 的增大而增大,

当 $x=70$ 时, $y=0.1$,

∴ $x>70$ 时, $y>0.1$,即 $y_1-y_2>0.1$,

∴ $y_1>y_2$,

∴ 当 $x>70$ 时,顾客在乙复印店复印印花费少.

10.解:(1)∵ 点 $P(1,b)$ 在直线 $l_1:y=2x+1$ 上,

∴ $b=2 \times 1+1=3$;

∵ 点 $P(1,3)$ 在直线 $l_2:y=mx+4$ 上,

∴ $3=m+4$,

∴ $m=-1$.

(2)当 $x=a$ 时, $y_c=2a+1$;

当 $x=a$ 时, $y_d=4-a$.

∴ $CD=2$,

∴ $|2a+1-(4-a)|=2$,

解得 $a=\frac{1}{3}$ 或 $a=\frac{5}{3}$.

解:(1)由折线统计图可知,甲组成绩从小到大排列为:3,6,6,6,6,7,9,9,10,

∴其中位数 $a=6$,

乙组学生成绩的平均分

$$\bar{x}_B = \frac{5 \times 2 + 6 \times 1 + 7 \times 2 + 8 \times 3 + 9 \times 2}{10} = 7.2,$$

乙组学生成绩的方差

$$s_B^2 = \frac{(5-7.2)^2 + (6-7.2)^2 + (7-7.2)^2 + (8-7.2)^2 + (9-7.2)^2}{10} = 1.96.$$

(2)∵甲组的中位数为6,乙组的中位数为7.5,而小英的成绩位于全班中上游,

∴小英属于甲组学生.

(3)①乙组的平均分高于甲组,即乙组的总体平均水平高;

②乙组的方差比甲组小,即乙组的成绩比甲组的成绩稳定.

10.解:根据题意得 $\begin{cases} 2+3+0+x+y=0, \\ 1+2-y+2x+0=5, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=-1, \\ y=-4, \end{cases}$

所以数据C为:2,3,0,-1,-4,1,2,4,-2,0,

它的平均数为 $\frac{1}{10}(0+5)=0.5$,

它的方差为 $\frac{1}{10}[(2-0.5)^2 + (3-0.5)^2 + (0-0.5)^2 + (-1-0.5)^2 + (-4-0.5)^2 + (1-0.5)^2 + (2-0.5)^2 + (4-0.5)^2 + (-2-0.5)^2 + (0-0.5)^2] = 5.25$.

课时作业(四十)

用样本方差估计总体方差

1.B 2.D 3.D 4.C 5.B

6.甲 7.样本容量 样本平均数 8.2

9.解:红颜色的郁金香的方差

$$s_{\text{红}}^2 = \frac{1}{6}[(54-40)^2 + (44-40)^2 + (37-40)^2 + (36-40)^2 + (35-40)^2 + (34-40)^2] \approx 49.67,$$

黄颜色的郁金香的方差是:

$$s_{\text{黄}}^2 = \frac{1}{6}[(48-40)^2 + (35-40)^2 + (38-40)^2 + (36-40)^2 + (43-40)^2 + (40-40)^2] \approx 19.67,$$

$$\therefore s_{\text{红}}^2 > s_{\text{黄}}^2,$$

∴黄颜色的郁金香样本长得整齐.

10.解:(1)选择平均数.

A店的日营业额的平均值是 $\frac{1}{7} \times (1+1.6+3.5+4+2.7+2.5+2.2) = 2.5$ (百万元),

B店的日营业额的平均值是 $\frac{1}{7} \times (1.9+1.9+2.7$

$+3.8+3.2+2.1+1.9) = 2.5$ (百万元).

(2)A组数据的新数为0.6,1.9,0.5,-1.3,-0.2,-0.3;

B组数据的新数为0,0.8,1.1,-0.6,-1.1,-0.2.

∴A组新数据的平均数 $\bar{x}_A = \frac{1}{6}(0.6+1.9+0.5-1.3-0.2-0.3) = 0.2$ (百万元),

B组新数据的平均数 $\bar{x}_B = \frac{1}{6}(0+0.8+1.1-0.6-1.1-0.2) = 0$ (百万元).

∴A组新数据的方差 $s_A^2 = \frac{1}{6}[(0.2-0.6)^2 + (0.2-1.9)^2 + (0.2-0.5)^2 + (0.2+1.3)^2 + (0.2+0.2)^2 + (0.2+0.3)^2] \approx 1.0$,

∴B组新数据的方差 $s_B^2 = \frac{1}{6}(0^2 + 0.8^2 + 1.1^2 + 0.6^2 + 1.1^2 + 0.2^2) \approx 0.6$.

这两个方差的大小反映了A、B两家餐饮店相邻两天的日营业额的变化情况,并且B餐饮店相邻两天的日营业额的变化情况比较小.

(3)观察今年黄金周的数据发现今年的3号、4号、5号营业额较高,故明年的3号、4号、5号营业额可能较高.

课时作业(四十一)

课题学习 体质健康测试中的数据分析

1.解:填表如下:

人数	成绩	$40 \leq x < 49$	$50 \leq x < 59$	$60 \leq x < 69$	$70 \leq x < 79$	$80 \leq x < 89$	$90 \leq x$
部门	人数	≤ 49	≤ 59	≤ 69	≤ 79	≤ 89	≤ 100
甲		0	0	1	11	7	1
乙		1	0	0	7	10	2

$$a. \frac{12}{20} \times 400 = 240(\text{人}).$$

故估计乙部门生产技能优秀的员工人数为240;

b.答案不唯一,理由合理即可.

可以推断出甲部门员工的生产技能水平较高,理由为:

①甲部门生产技能测试中,平均分较高,表示甲部门员工的生产技能水平较高;

②甲部门生产技能测试中,没有技能不合格的员工,表示甲部门员工的生产技能水平较高.

或可以推断出乙部门员工的生产技能水平较高,理由为:

①乙部门生产技能测试中,中位数较高,表示乙部门员工的生产技能水平较高;

②乙部门生产技能测试中,众数较高,表示乙部门员工的生产技能水平较高.

2.解:(1)样本容量为 $6 \div 12\% = 50$.

(2)14岁的人数为 $50 \times 28\% = 14$,

16岁的人数为 $50 - (6+10+14+18) = 2$,

则这组数据的平均数为

$$\frac{12 \times 6 + 13 \times 10 + 14 \times 14 + 15 \times 18 + 16 \times 2}{50} = 14(\text{岁}),$$

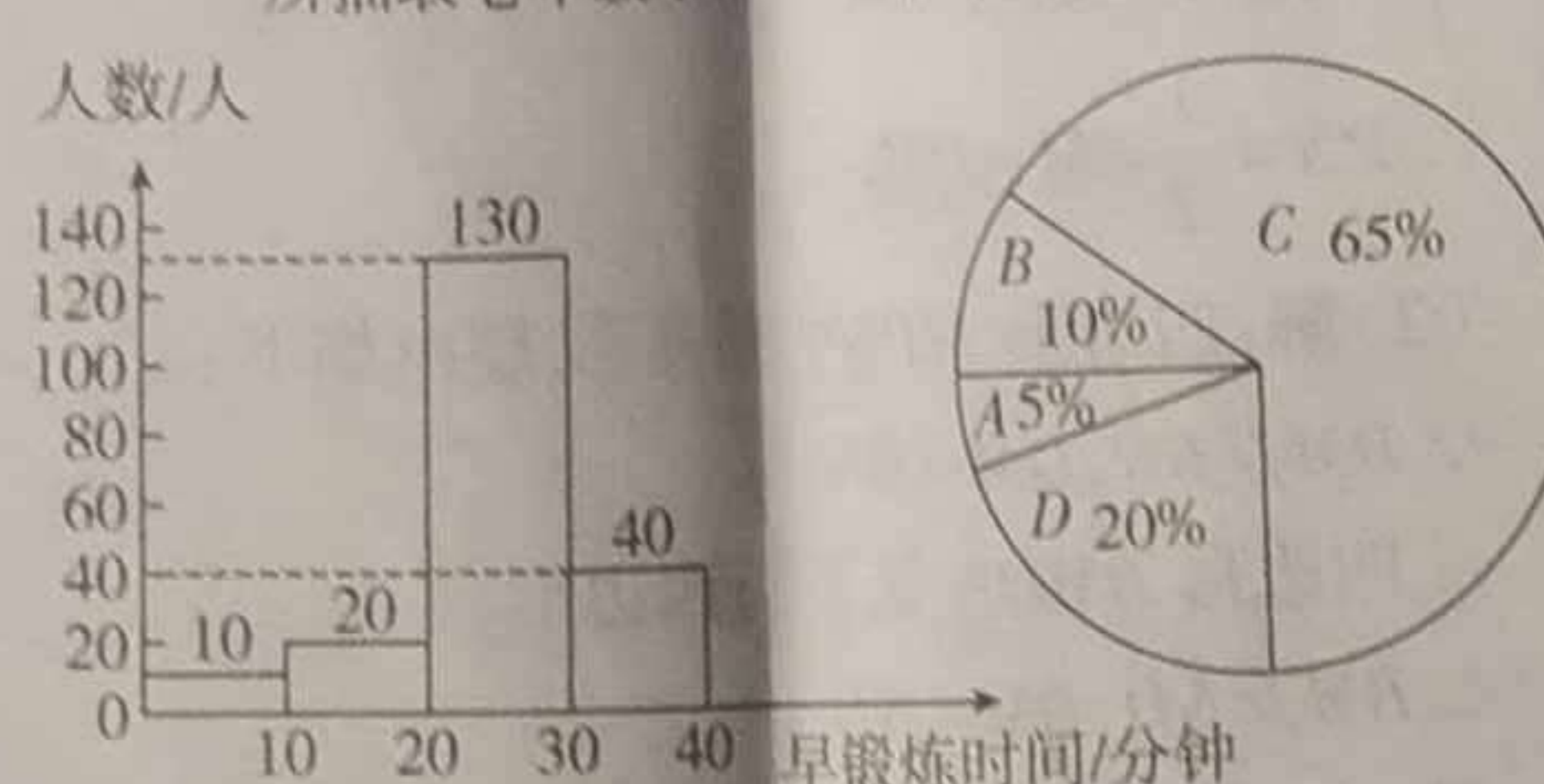
中位数为 $\frac{14+14}{2} = 14$ (岁),众数为15岁.

(3)估计该校年龄在15岁及以上的学生人数为 $1800 \times \frac{18+2}{50} = 720$ (人).

3.解:(1)本次调查的总人数为 $10 \div 5\% = 200$,则20~30分钟的人数为 $200 \times 65\% = 130$ (人),D项目的百分比为 $1 - (5\% + 10\% + 65\%) = 20\%$,

补全图形如下:

所抽取七年级学生早锻炼时间统计图



(2)C

(3) $1200 \times (65\% + 20\%) = 1020$ (人).

答:估计这个年级学生中约有1020人一天早锻炼的时间不少于20分钟.

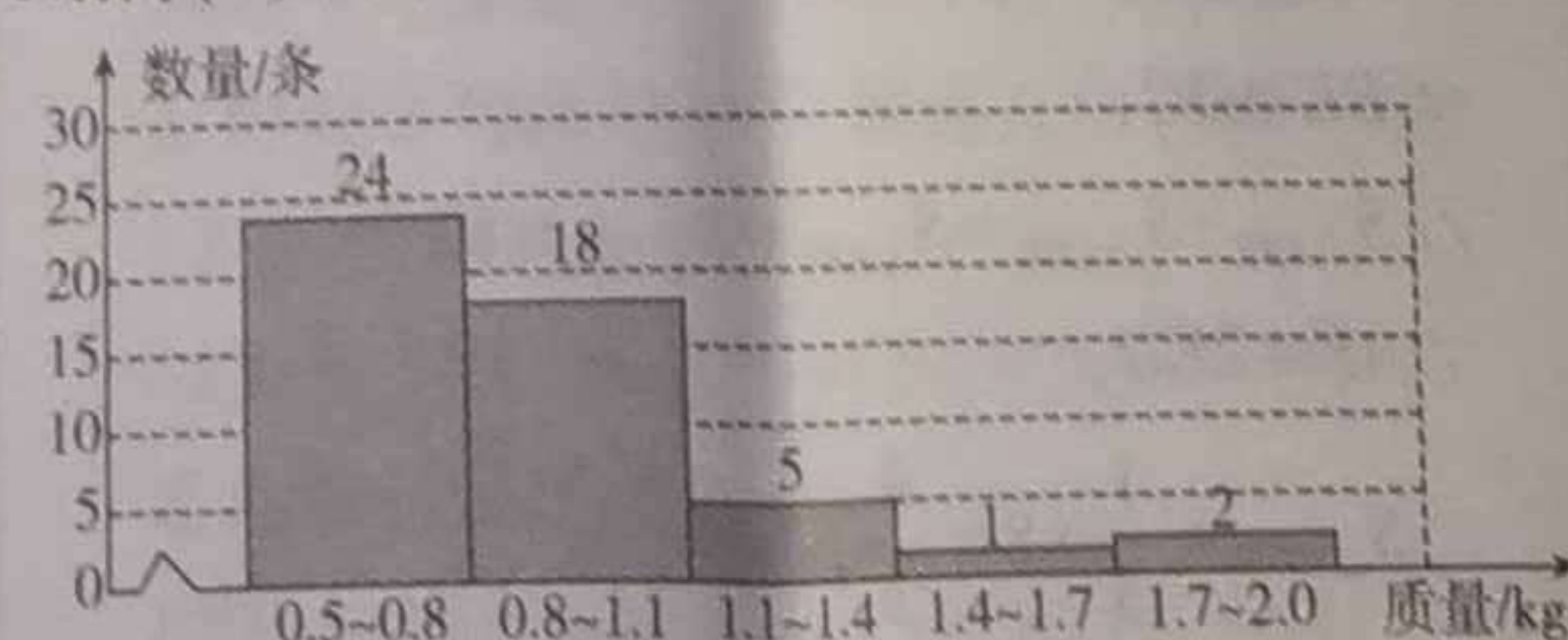
4.解:(1)9 9

$$(2) s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{6}[(10-9)^2 + (8-9)^2 + (9-9)^2 + (8-9)^2 + (10-9)^2 + (9-9)^2] = \frac{1}{6}(1+1+0+1+1+0) = \frac{2}{3},$$

$$s_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{6}[(10-9)^2 + (7-9)^2 + (10-9)^2 + (10-9)^2 + (9-9)^2 + (8-9)^2] = \frac{1}{6}(1+4+1+1+0+1) = \frac{4}{3}.$$

(3)推荐甲参加全国比赛更合适,理由如下:两人的平均成绩相等,说明实力相当;但甲的六次测试成绩的方差比乙小,说明甲发挥较为稳定,故推荐甲参加比赛更合适.

5.解:(1)补全直方图如图所示.



(2)其质量落在0.5~0.8 kg范围内的可能性最大.

(3)质量落在0.8~1.1 kg范围内.

(4)平均数 $\bar{x} =$

$$\frac{0.5 \times 1 + 0.6 \times 8 + 0.7 \times 15 + 1.0 \times 18 + 1.2 \times 5 + 1.6 \times 1 + 1.9 \times 2}{50}$$

$= 0.904$ (kg),

$50 \times 50 \times 0.904 = 2260$ (kg).

水库中成品鱼的总质量约为2260 kg.(答案不唯一)

6.解:(1)8.5 0.7 8

(2)从平均数看,两班平均数相同,则甲、乙两班的成绩一样好;

从中位数看,甲班的中位数大,所以甲班的成绩较好;

从众数看,乙班的众数大,所以乙班的成绩较好;

从方差看,甲班的方差小,所以甲班的成绩更稳定.

第十六章达标检测题

1.C 2.D 3.C 4.D 5.C 6.A 7.C 8.B

9.A 10.C 11.C 12.B

13. $x \geq -2$ 且 $x \neq 3$ 14. $2-\sqrt{3}$

15. (1) $\sqrt{6} - \frac{1}{3}$ (2)8 (3) $2+4\sqrt{3}$

16. $2\sqrt{2}$ 17. 14 cm^2

$$18. n \times \sqrt{\frac{n}{n^2-1}} = \sqrt{n + \frac{n}{n^2-1}}$$

$$19. \text{解: (1) 原式} = \sqrt{\frac{9}{12} \div \frac{54}{12} \times \frac{3}{6}} = \sqrt{\frac{1}{12} \times \frac{3}{6}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$(2) \text{原式} = \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} + 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}.$$

$$(3) \text{原式} = (2\sqrt{5} + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{2})(2\sqrt{5} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}) = 4\sqrt{5} \times 10\sqrt{2} = 40\sqrt{10}.$$

$$20. \text{解: 原式} = \left(\frac{a}{a-b} - \frac{a-b}{a-b} \right) \div \frac{b}{(a+b)(a-b)}$$

$$= \frac{a-a+b}{a-b} \cdot \frac{(a+b)(a-b)}{b} = a+b.$$

$$\therefore a = \sqrt{3} + 1, b = \sqrt{3} - 1,$$

$$\therefore \text{原式} = \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1 = 2\sqrt{3}.$$

$$21. \text{解: 由题意可知} \begin{cases} b-2a+3=0, \\ a+b=0, \\ c-4=4-c=0, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=1, \\ b=-1, \\ c=4, \end{cases}$$

$$\therefore 2a-3b+c^2 = 2 \times 1 - 3 \times (-1) + 4^2 = 2+3+16=21.$$

22.解:(1)制作长方体盒子的纸板的面积为

$$(6\sqrt{2})^2 - 4 \times (\sqrt{2})^2 = 64(\text{cm}^2).$$

(2)长方体盒子的体积为

$$(6\sqrt{2}-2\sqrt{2}) \times (6\sqrt{2}-2\sqrt{2}) \times \sqrt{2} = 32\sqrt{2}(\text{cm}^3).$$

23.解:(1)4

(2)因为 $1 < \sqrt{3} < 2, 2 < \sqrt{5} < 3$,

所以 $\sqrt{3}$ 的小数部分为 $a = \sqrt{3} - 1, \sqrt{5}$ 的小数部分为 $b = \sqrt{5} - 2$,

$$\text{所以 } \sqrt{3} \cdot a + \sqrt{5} \cdot b - 8 = \sqrt{3}(\sqrt{3}-1) + \sqrt{5}(\sqrt{5}-2) - 8 = 3 - \sqrt{3} + 5 - 2\sqrt{5} - 8 = -\sqrt{3} - 2\sqrt{5}.$$

$$24. \text{解: (1) } \sqrt{6} - \sqrt{5} \quad \sqrt{100} - \sqrt{99}$$

$$(2) \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}.$$

$$(3) \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$$

$$= \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \dots + \sqrt{100}-\sqrt{99}$$

$$= \sqrt{100}-1$$

$$= 10-1$$

$$= 9.$$

第十七章达标检测题

1.A 2.B 3.C 4.D 5.A 6.B 7.D 8.B

9.C 10.B 11.B 12.C

13.如果两个角相等,那么它们是直角 假

14.等腰直角三角形 15.6,8

16.30 30 $\sqrt{2}$ 17.25 18. $\frac{\sqrt{n}}{2}$

19.证明:∵AD为中线,

$$\therefore BD=CD=\frac{1}{2}BC=11 \text{ cm}.$$

$$\therefore 11^2 + 60^2 = 61^2,$$

$$\therefore BD^2 + AD^2 = AB^2,$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

∴AD是BC的垂直平分线,

$$\therefore AB=AC,$$

∴△ABC是等腰三角形.

20.解:∵∠ABC=90°,BC=3.6 m,AC=6 m,BE⊥AC,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{6^2 - 3.6^2} = 4.8(\text{m}).$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{2}AC \cdot BE,$$

$$\therefore BE = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{4.8 \times 3.6}{6} = 2.88(\text{m}).$$

21.解:∵∠ABC为直角,BC=3,AB=4,

15. $y=60-0.12x (0 \leq x \leq 500)$

16. $1 < x < 2$

17. (1) $y=1.5x+4.5$ (x 是正整数) (2) 21

18. (1, 1) $(2^n-1, 2^{n-1})$

19. 解: (1) 由题意得 $m-4 < 0$, 解得 $m < 4$.

(2) 把点 $(0, 0)$ 代入 $y=(m-4)x+3-m$, 得 $3-m=0$, 解得 $m=3$.

(3) 由题意, 得 $m-4=-2$, $3-m \neq 0$, 解得 $m=2$.

(4) 把点 $(2, 0)$ 代入 $y=(m-4)x+3-m$, 得 $2(m-4)+3-m=0$, 解得 $m=5$.

(5) 把点 $(0, -1)$ 代入 $y=(m-4)x+3-m$, 得 $3-m=-1$, 解得 $m=4$.

20. 解: $\because y_1$ 与 $x+1$ 成正比例, $\therefore y_1=k_1(x+1)$;

$\therefore y_2$ 与 $x-1$ 成正比例,

$\therefore y_2=k_2(x-1)$.

$\therefore y=y_1+y_2$,

$\therefore y=k_1(x+1)+k_2(x-1)$.

$\therefore$ 当 $x=2$ 时, $y=9$; 当 $x=3$ 时, $y=14$,

$\therefore \begin{cases} 3k_1+k_2=9, \\ 4k_1+2k_2=14, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k_1=2, \\ k_2=3, \end{cases}$

$\therefore y$ 与 x 的函数解析式为 $y=2(x+1)+3(x-1)=5x-1$.

21. 解: (1) $\because A$ 点在直线 l_1 上, 且横坐标为 -1 , $\therefore y_1=2 \times (-1)+3=1$, 即 A 点的坐标为 $(-1, 1)$.

又直线 l_2 过 A 点, 将 $(-1, 1)$ 代入直线 l_2 解析式得: $1=-k-1$, 解得 $k=-2$,

则直线 l_2 的解析式为 $y_2=-2x-1$.

(2) l_1 与 x 轴交于 B 点, 则 B 点坐标为 $(-\frac{3}{2}, 0)$; l_1 与 y 轴交于 D 点, 则 D 点坐标为 $(0, 3)$;

l_2 与 y 轴交于 C 点, 则 C 点坐标为 $(0, -1)$,

$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle BCD}-S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}CD \cdot |x_B|-\frac{1}{2}CD \cdot |x_A|$

$|x_A|=1$.

22. 解: (1) $\because$ 四边形 $OABC$ 为矩形,

$\therefore CB=OA=10, AB=OC=6$.

$\because \triangle CBM$ 沿 CM 翻折后, 点 B 落在 x 轴上, 记作 B' 点,

$\therefore CB'=CB=10, B'M=BM$.

在 $Rt\triangle OCB'$ 中, $OC=6, CB'=10$,

$\therefore OB'=8$,

$\therefore B'$ 点的坐标为 $(8, 0)$.

(2) 设 $AM=t$, 则 $BM=B'M=6-t$,

而 $AB'=OA-OB'=2$.

在 $Rt\triangle AB'M$ 中, $B'M^2=B'A^2+AM^2$,

即 $(6-t)^2=2^2+t^2$, 解得 $t=\frac{8}{3}$,

$\therefore M$ 点的坐标为 $(10, \frac{8}{3})$.

设直线 CM 的解析式为 $y=kx+b$,

把 $C(0, 6)$ 和 $M(10, \frac{8}{3})$ 代入得,

$\begin{cases} b=6, \\ 10k+b=\frac{8}{3}, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-\frac{1}{3}, \\ b=6, \end{cases}$

$\therefore$ 直线 CM 的解析式为 $y=-\frac{1}{3}x+6$.

23. 解: (1) 设从甲养殖场调运鸡蛋 x 千克, 从乙养殖场调运鸡蛋 y 千克,

根据题意得 $\begin{cases} 200 \times 0.012x + 140 \times 0.015y = 2670, \\ x+y=1200, \end{cases}$

解得: $\begin{cases} x=500, \\ y=700. \end{cases}$

$\therefore 500 < 800, 700 < 900$,

$\therefore$ 符合条件.

答: 从甲、乙两养殖场分别调运了 500 千克, 700 千克鸡蛋.

(2) 从甲养殖场调运了 x 千克鸡蛋, 则从乙养殖场调运了 $(1200-x)$ 千克鸡蛋,

根据题意得 $\begin{cases} x \leq 800, \\ 1200-x \leq 900, \end{cases}$

解得: $300 \leq x \leq 800$,

总运费 $W=200 \times 0.012x + 140 \times 0.015 \times (1200-x) = 0.3x + 2520 (300 \leq x \leq 800)$.

$\therefore W$ 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $x=300$ 时, $W_{\text{最小}}=2610$,

$\therefore$ 每天从甲养殖场调运 300 千克鸡蛋, 从乙养殖场调运 900 千克鸡蛋, 每天的总运费最省.

24. 解: (1) 设 y 关于 x 的函数关系式为 $y=kx+b$, 将 $(10, 45), (20, 40)$ 代入关系式得

$\begin{cases} 10k+b=45, \\ 20k+b=40, \end{cases}$ 解得: $\begin{cases} k=-0.5, \\ b=50, \end{cases}$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y=-0.5x+50 (10 \leq x \leq 55)$.

(2) 当投入生产这种产品的总成本为 1 200

万元时,

即 $x(-0.5x+50)=1200$,

解得: $x_1=40, x_2=60$.

$\therefore 10 \leq x \leq 55, \therefore x=40$,

$\therefore$ 该产品的总产量为 40 吨.

(3) 设每月销售量 m (吨) 与销售单价 n (万元/吨) 之间的函数关系式为 $m=k_1n+b_1$,

把 $(40, 30), (55, 15)$ 代入解析式得:

$\begin{cases} 40k_1+b_1=30, \\ 55k_1+b_1=15, \end{cases}$ 解得: $\begin{cases} k_1=-1, \\ b_1=70, \end{cases}$

$\therefore m=-n+70$.

当 $m=25$ 时, $n=45$,

在 $y=-0.5x+50 (10 \leq x \leq 55)$ 中,

当 $x=25$ 时, $y=37.5$.

$\therefore$ 利润为: $25 \times (45-37.5) = 187.5$ (万元).

第二十章达标检测题

1.B 2.C 3.A 4.B 5.A 6.C 7.C 8.C

9.C 10.A 11.B 12.D

13. 中位数 14. 9.4 15. 3 16. 4 17. $<$

18. $\frac{1}{60}$ 变小

19. 解: (1) $(1.5+1.4+1.6+2+1.8) \div 5 \times 200 = 332$ (千克).

(2) $332 \times 150 = 49800$ (元).

20. 解: (1) 平均数是: $(1800+510+250 \times 3+210 \times 5+150 \times 3+120 \times 2) \div 15 = 320$ (件).

表中的数据是按从大到小的顺序排列的, 处于中间位置的是 210, 因而中位数是 210 件.

210 出现了 5 次, 次数最多, 所以众数是 210.

(2) 不合理. 因为 15 人中有 13 人的销售额不到 320 件, 320 件虽是所给一组数据的平均数, 它却不能很好地反映销售人员的一般水平, 销售额定为 210 件合适些, 因为 210 件既是中位数, 又是众数, 是大部分人能达到的定额.

21. 解: (1) 甲的平均成绩为: $(85+70+64) \div 3 = 73$,

乙的平均成绩为: $(73+71+72) \div 3 = 72$,

丙的平均成绩为: $(73+65+84) \div 3 = 74$,

$\therefore$ 丙的平均成绩最好, 候选人丙将被录用.

(2) 甲的测试成绩为:

$(85 \times 5 + 70 \times 3 + 64 \times 2) \div (5+3+2) = 76.3$,

乙的测试成绩为:

$(73 \times 5 + 71 \times 3 + 72 \times 2) \div (5+3+2) = 72.2$,

丙的测试成绩为:

$(73 \times 5 + 65 \times 3 + 84 \times 2) \div (5+3+2) = 72.8$,

$\therefore$ 甲的综合成绩最好, 候选人甲将被录用.

22. 解: (1) 由题意可知: 甲的众数为 8, 乙的众数为 10.

(2) 乙的平均数 $= \frac{5+6+7+8+10+10+10}{7} = 8$,

乙的方差为: $s_z^2 = \frac{1}{7} [(5-8)^2 + (10-8)^2 + \dots + (10-8)^2] = \frac{26}{7} \approx 3.71$.

$\therefore \bar{x}_{\text{甲}} = 8, s_{\text{甲}}^2 \approx 1.43$,

$\therefore$ 甲、乙的平均成绩一样, 而甲的方差小于乙的方差,

$\therefore$ 甲的成绩更稳定.

23. 解: (1) $\because \bar{x}_{\text{甲}} = (24+26+22+20+28) \div 5 = 24$, $\bar{x}_{\text{乙}} = (20+34+20+26+20) \div 5 = 24$,

$\therefore T_{\text{甲}} = \frac{1}{5} (0+2+2+4+4) = 2.4$,

$T_{\text{乙}} = \frac{1}{5} (4+10+4+2+4) = 4.8$,

$\therefore$ 乙的平均差较大, 因此样本乙的波动较大.

(2) $\because s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{5} (0+4+4+16+16) = 8$,

$s_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{5} (16+100+16+4+16) = 30.4$,

$\therefore$ 乙的方差较大,

$\therefore$ 样本乙的波动较大.

(3) 两种方法判断的结果一致.

24. 解: (1) $n = 360 - 30 - 120 = 210$.

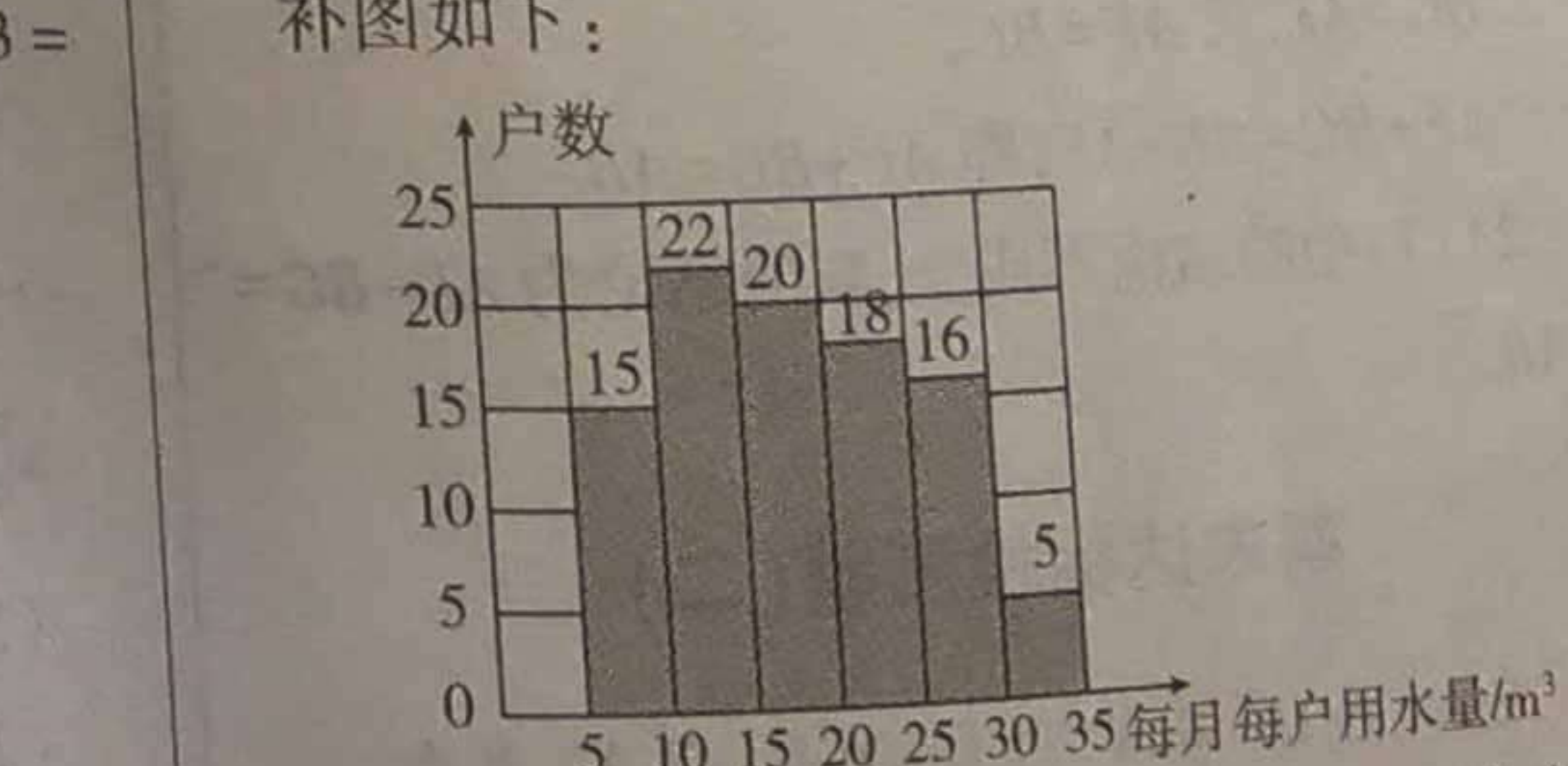
$\therefore 8 \div \frac{30}{360} = 8 \div \frac{1}{12} = 96$ (户),

$\therefore$ 小明调查了 96 户居民.

每月每户的用水量在 $15 \text{ m}^3 - 20 \text{ m}^3$ 之间的居民的户数是:

$96 - (15+22+18+16+5) = 96 - 76 = 20$ (户).

补图如下:



(2) $\because$ 每月每户的用水量在 $5 \text{ m}^3 - 15 \text{ m}^3$ 之间的有 37 户, 每月每户的用水量在 $5 \text{ m}^3 - 20 \text{ m}^3$

之间的有 57 户,

$\therefore$ 把每月每户用水量这组数据从小到大排列后, 第 48 个, 第 49 个数在 $15 \text{ m}^3 - 20 \text{ m}^3$ 之间,

$\therefore$ 第 48 个, 第 49 个数的平均数也在 $15 \text{ m}^3 - 20 \text{ m}^3$ 之间,

$\therefore$ 每月每户用水量的中位数落在 $15 \text{ m}^3 - 20 \text{ m}^3$ 之间.

$\therefore$ 在这组数据中, $10 \text{ m}^3 - 15 \text{ m}^3$ 之间的数出现的次数最多, 出现了 22 次,

$\therefore$ 每月每户用水量的众数落在 $10 \text{ m}^3 - 15 \text{ m}^3$ 之间.

(3) $\because 1800 \times \frac{210}{360} = 1050$ (户),

$\therefore$ “视调价涨幅采取相应的用水方式改变”的居民户数有 1 050 户.

期末达标检测题 (一)

1.C 2.B 3.C 4.C 5.B 6.B 7.A 8.D

9.A 10.C 11.D 12.D

13.2 14.52 15.2 16.2 17.3.4

16. $y = \frac{2}{3}x - 2$ 或 $y = -\frac{2}{3}x - 2$ 17.100

18. $(\sqrt{2})^{n-1}$

19. 解: (1) 原式 $= \frac{2\sqrt{2}}{2} + 3 - 1 - \sqrt{2} = 2$.

(2) 原式 $= \left(6\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} + 4\sqrt{3} \right) \div 2\sqrt{3}$

$= \frac{28\sqrt{3}}{3} \div 2\sqrt{3} = \frac{14}{3}$.

(3) 原式 $= 20 + 4\sqrt{15} + 3 - 5 + 2 = 20 + 4\sqrt{15}$.

20. 解: 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AC=30 \text{ m}, AB=50 \text{ m}$, 据勾股定理可得:

$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40$ (m),

$\therefore$ 小汽车的速度为 $v = 40 \div 2 = 20$ (m/s),

$\therefore 20 \text{ m/s} = 72 \text{ km/h} > 70 \text{ km/h}$,

$\therefore$ 这辆小汽车超速行驶.

答: 这辆小汽车超速了.

21. 解: (1) 甲班的优秀率是 $\frac{3}{5} \times 100\% = 60\%$,

乙班的优秀率是 $\frac{2}{5} \times 100\% = 40\%$.

(2) 甲班 5 名学生比赛成绩的中位数为 100, 乙班 5 名学生成绩的中位数为 97.

(3) $\bar{x}_{\text{甲}} = \frac{1}{5} \times 500 = 100, \bar{x}_{\text{乙}} = \frac{1}{5} \times 500 = 100$,

$$s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{5} [(100-100)^2 + (98-100)^2 + (110-100)^2 + (89-100)^2 + (103-100)^2] = 46.8,$$

$$s_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{5} [(89-100)^2 + (100-100)^2 + (95-100)^2 + (119-100)^2 + (97-100)^2] = 103.2.$$

(4) 因为甲班 5 人比赛成绩的优秀率比乙班高, 中位数比乙班大, 方差比乙班小, 所以应该把冠军奖状发给甲班.

22. 解: (1) 四边形 $DEBF$ 是平行四边形. 理由如下:

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴ $OB=OD, OA=OC$.

设 E, F 运动时间为 t , 则 $AE=CF=t$,

∴ $OE=OF$,

∴ 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.

(2) 若四边形 $DEBF$ 是矩形, 则需 $BD=EF$.

∵ $BD=20$, ∴ $EF=20$.

∵ $AC=24$, ∴ $AE+CF=4$.

又 ∵ $AE=CF=t$, ∴ $t=2$,

∴ 当 $t=2$ 时, 四边形 $DEBF$ 是矩形.

23. 解: (1) ∵ 直线 $y=kx+b$ 经过点 $A(5,0), B(1,4)$,

$$\begin{cases} 5k+b=0, \\ k+b=4, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=-1, \\ b=5, \end{cases}$$

∴ 直线 AB 的解析式为 $y=-x+5$.

(2) ∵ 直线 $y=2x-4$ 与直线 AB 相交于点 C ,

$$\begin{cases} y=-x+5, \\ y=2x-4, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=3, \\ y=2, \end{cases}$$

∴ 点 C 的坐标为 $(3,2)$.

(3) 由图可知, $x \geq 3$ 时, $2x-4 \geq kx+b$.

24. 解: (1) 60 100

(2) 依据题意得出:

$$y_{\text{汽}} = 240 \times 2x + \frac{240}{60} \times 5x + 200 = 500x + 200,$$

$$y_{\text{火}} = 240 \times 1.6x + \frac{240}{100} \times 5x + 2 = 396x + 2.280.$$

若 $y_{\text{汽}} > y_{\text{火}}$, 得出 $500x + 200 > 396x + 2.280$,

∴ $x > 20$.

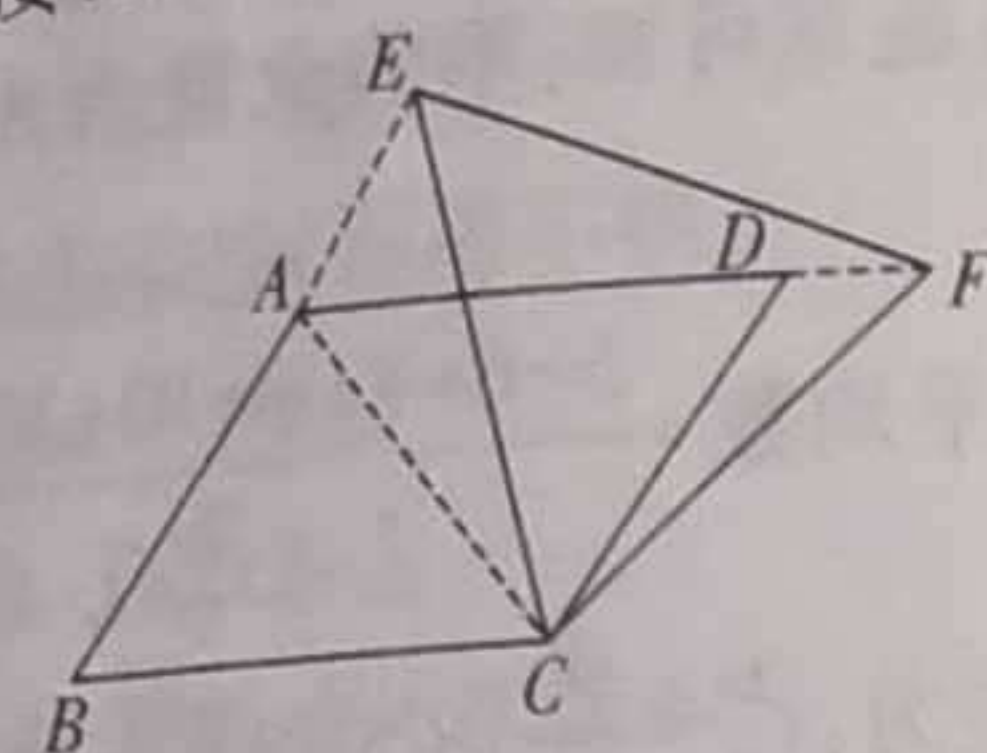
(3) 上周货运量 $\bar{x} = (17+20+19+22+22+23+24) \div 7 = 21 > 20$,

从平均数分析, 建议预定火车费用较省.

从折线图走势分析, 上周货运量周四(含周四)后大于 20 且呈上升趋势, 建议预订火车费用较省.

25. 解: 【类比猜想】 $\triangle CEF$ 仍然为等边三角形, 理由如下:

如图, 连接 AC .



∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle B=60^\circ$,

∴ $\angle EAF=60^\circ, AD=CD=AB, \angle ADC=\angle B=60^\circ$,

∴ $\triangle ACD$ 是等边三角形,

∴ $AC=DC, \angle ACD=\angle CAD=60^\circ$,

∴ $\angle CAE=\angle CDF=120^\circ$.

∵ $BE=AF$,

∴ $BE-AB=AF-AD$, 即 $AE=DF$,

∴ $\triangle ACE \cong \triangle DCF$,

∴ $CE=CF, \angle ACE=\angle DCF$,

∴ $\angle DCF+\angle DCE=\angle ACE+\angle DCE$,

即 $\angle ECF=\angle ACD=60^\circ$,

∴ $\triangle CEF$ 是等边三角形.

【深入研究】

(1) $AF+BG=AB$, 理由如下:

如图, 连接 AC , 易得

$\angle BCA=60^\circ$.

∵ $EG \parallel CF, EG=CF$,

∴ 四边形 $CFEG$ 是平行

四边形,

∴ $EF=GC$.

∵ $\triangle CEF$ 是等边三角形,

∴ $EF=CE=CF, \therefore CE=CG=EG$,

∴ $\triangle CEG$ 是等边三角形,

∴ $\angle GCE=60^\circ$,

∴ $\angle GCE-\angle BCE=\angle BCA-\angle BCE$,

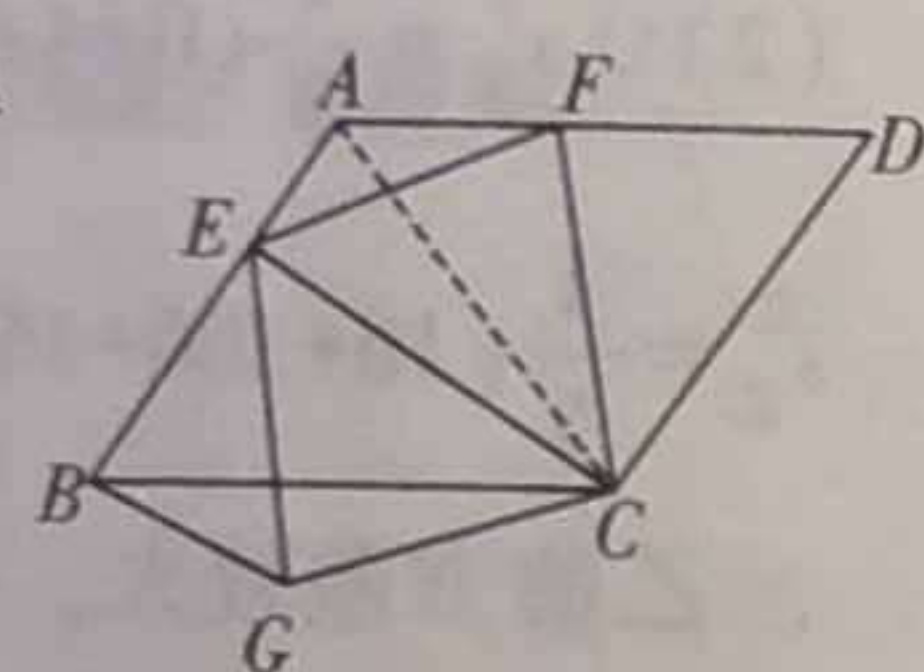
即 $\angle GCB=\angle ECA$,

∴ $\triangle BCG \cong \triangle ACE$ (SAS),

∴ $BG=AE$. 又 $AF=BE$,

∴ $AF+BG=BE+AE$, 即 $AF+BG=AB$.

(2) (1) 中的结论不成立, 新的结论为 $AF-BG=AB$.



期末达标检测题(二)

1.C 2.A 3.D 4.A 5.D 6.B 7.A 8.A

9.A 10.B 11.D 12.B

13. 众数 14. $AB=CD$ (答案不唯一)

$$15. 28\sqrt{6} \quad 16. k < 2 \quad 17. 5 \quad 18. 2$$

$$19. \text{解: (1) 原式} = \sqrt{48+3} - \sqrt{\frac{1}{2} \times 12 + 2\sqrt{6}}$$

$$= 4 - \sqrt{6} + 2\sqrt{6}$$

$$= 4 + \sqrt{6}.$$

$$(2) \text{原式} = [(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})]^{2019} \cdot (2+\sqrt{3}) - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 1$$

$$= (4-3)^{2019} \cdot (2+\sqrt{3}) - \sqrt{3} - 1$$

$$= 2 + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1$$

$$= 1.$$

20. 解: 令 $y=0$, 得 $x=2$, ∴ A 点坐标为 $(2,0)$.

令 $x=0$, 得 $y=4$, ∴ B 点坐标为 $(0,4)$.

∴ $S_{\triangle ABP} = 6$,

$$\therefore \frac{1}{2} \times AP \times 4 = 6, \text{ 即 } AP = 3,$$

∴ P 点的坐标分别为 $(-1,0)$ 或 $(5,0)$.

设直线 PB 的函数解析式为 $y=kx+b$,

$$\text{则} \begin{cases} -k+b=0, \\ b=4, \end{cases} \text{或} \begin{cases} 5k+b=0, \\ b=4, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=4, \\ b=4, \end{cases} \text{或} \begin{cases} k=-\frac{4}{5}, \\ b=4, \end{cases}$$

∴ 直线 PB 的函数解析式为 $y=4x+4$ 或 $y=-\frac{4}{5}x+4$.

21. 解: (1) 将小明成绩从小到大依次排列为 589, 596, 602, 603, 604, 608, 612, 中位数为 603 cm;

将小勇成绩从小到大依次排列为 580, 590, 596, 597, 597, 630, 631, 中位数为 597 cm.

小明成绩的平均数为: $(589+596+602+603+604+608+612) \div 7 = 602$ (cm);

小勇成绩的平均数为: $(580+590+596+597+597+630+631) \div 7 = 603$ (cm).

$$\text{方差为: } s_{\text{小明}}^2 = \frac{1}{7} [(603-602)^2 + (589-602)^2 + \dots + (608-602)^2] \approx 49,$$

$$s_{\text{小勇}}^2 = \frac{1}{7} [(597-603)^2 + (580-603)^2 + \dots + (596-603)^2] \approx 333.$$

(2) 从成绩的中位数来看, 小明较高成绩的次数比小勇的多; 从成绩的平均数来看, 小勇成绩的“平均水平”比小明的高; 从成绩的方差

来看, 小明的成绩比小勇的稳定.

(3) 在跳远专项测试以及之后的 6 次跳远选拔赛中, 小明有 5 次成绩超过 6 米, 而小勇只有两次超过 6 米, 从成绩的方差来看, 小明的成绩比小勇的稳定, 选小明更有把握夺冠.

(4) 小勇有两次成绩为 6.30 米和 6.31 米, 超过 6.15 米, 而小明没有一次达到 6.15 米, 故选小勇.

22. 解: (1) 四边形 $AECF$ 是菱形, 理由如下:

∵ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

∴ $AB \parallel CD, \angle AFE = \angle CEF$.

∵ 矩形 $ABCD$ 沿 EF 折叠, 点 A 和 C 重合,

∴ $\angle CEF = \angle AEF, AE = CE$,

∴ $\angle AFE = \angle AEF, \therefore AE = AF, \therefore AF = CE$.

又 ∵ $AF \parallel CE$,

∴ 四边形 $AECF$ 为平行四边形.

∵ $AE = EC$, ∴ 四边形 $AECF$ 的四边相等.

∴ 四边形 $AECF$ 为菱形.

(2) ∵ $AB=9$ cm, $BC=3$ cm,

∴ $AC=3\sqrt{10}$ cm, $AF=CF$.

∴ 在 $\text{Rt}\triangle BCF$ 中, 设 $BF=x$ cm,

则 $CF=(9-x)$ cm,

由勾股定理可得 $(9-x)^2 = x^2 + 3^2$, 解得 $x=4$,

则 $CF=5, BF=4$.

由面积可得: $\frac{1}{2} \cdot AC \cdot EF = AF \cdot BC$,

$$\text{即 } \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{10} \cdot EF = 5 \times 3,$$

$$\therefore EF = \sqrt{10} \text{ cm}.$$

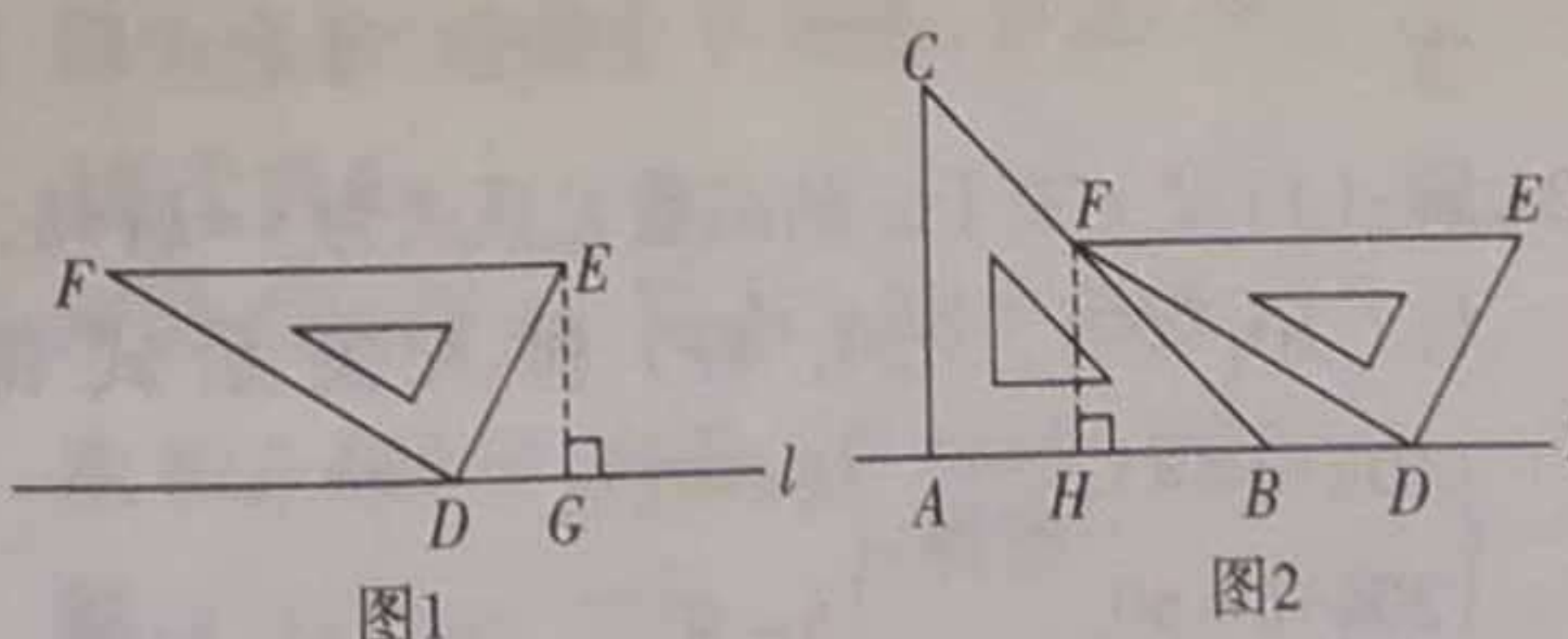
23. 解: (1) 如图 1, 过 E 作 $EG \perp l$ 于 G ,

∵ $\angle EFD=30^\circ, \angle EDF=90^\circ$,

∴ $\angle FED=60^\circ, \therefore \angle GED=30^\circ$,

$$\therefore GE = \frac{\sqrt{3}}{2} DE = 5\sqrt{3} \text{ cm},$$

∴ 点 E 到直线 l 的距离为 $5\sqrt{3}$ cm.



(2) 如图 2, 过点 F 作 $FH \perp l$ 于点 H .

∵ $EF \parallel AD, \therefore FH = EG = 5\sqrt{3}$.

∵ $\angle C=45^\circ, \therefore BH = FH = 5\sqrt{3}$.

∴ $\angle FDH = \angle EFD = 30^\circ$,

∴ $DH = \sqrt{3} FH = 15, \therefore BD = 15 - 5\sqrt{3}$,

即 B, D 两点间的距离为 $(15 - 5\sqrt{3})$ cm.

24. 解: (1) 由题意, 得

$$W = (65-47)x + (50-37)(400-x)$$

$$= 5x + 5200.$$

(2) 由题意, 得 $47x + 37(400-x) \leq 18000$,

解得: $x \leq 320$.

∵ $W=5x+5200$, 且 $k=5>0$,

∴ W 随 x 的增大而增大,

∴ 当 $x=320$ 时, $W_{\text{最大}} = 6800$.

∴ 进货方案是: A 种书包购买 320 个, B 种书包购买 80 个, 才能获得最大利润, 最大利润为 6800 元.

25. 证明: (1) 如图, 延长 CD 至点 E , 使 $CD=DE$,

连接 AE, BE ,

∵ $CD=DE$, 点 D 为 AB 中点,

∴ 四边形 $AEBD$ 为平行四边形.

∵ $\angle ACB=90^\circ$,

∴ 平行四边形 $AEBD$ 是矩形,

∴ $CE=AB$.

$$\therefore CD = \frac{1}{2} CE, \therefore CD = \frac{1}{2} AB.$$

(2) ① $EF \perp AC$. 理由如下:

如图, 连接 AE, CE ,

∵ $\angle BAD=90^\circ, E$ 为 BD 中

点, ∴ $AE = \frac{1}{2} DB$.

∵ $\angle DCB=90^\circ$,

$$\therefore CE = \frac{1}{2} BD, \therefore AE = CE.$$

∵ F 是 AC 的中点, ∴ $EF \perp AC$.

② 如图, 连接 EO ,

∵ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

∴ O 为 AC, BD 的中点.

∵ $\angle AEC=90^\circ, O$ 为 AC 的中点,

$$\therefore EO = \frac{1}{2} AC.$$

∵ $\angle BED=90^\circ, O$ 为 BD 的中点,

$$\therefore EO = \frac{1}{2} DB, \therefore AC = BD.$$

∴ 平行四边形 $ABCD$ 中, $AC=BD$,

∴ 四边形 $ABCD$ 是矩形.

